

平成22年 5月11日現在

研究種目：特定領域研究

研究期間：2006～2009

課題番号：18079006

研究課題名（和文）近似的確率計算アルゴリズムのレプリカ拡張に関する研究

研究課題名（英文）Study on replica extension of approximate probability calculation algorithms

研究代表者

樺島 祥介 (KABASHIMA Yoshiyuki)

東京工業大学・大学院総合理工学研究科・教授

研究者番号：80260652

研究成果の概要（和文）：

確率伝搬法をはじめとする近似的確率計算アルゴリズムは情報通信などで現れる“性質の良い”推論問題に対して驚異的な性能を示す一方で、対象となる確率モデルの形状が複雑になる場合には必ずしも良い結果を導かない。本研究では、スピングラス理論の知見に基づき近似アルゴリズムにレプリカ対称性の破れを導入する「レプリカ拡張」の枠組みについて、事例研究を通してその有効性と限界を吟味した。

研究成果の概要（英文）：

Approximate algorithms for computing probabilities, such as belief propagation, sometimes offer remarkable performance for “easy” inference problems that come out in information and communication. However, when the profile of the target distribution is of the “many-valley” structure, they do not necessarily lead to the good performance. In this research project, we studied a scheme for improving the inference performance by introducing the concept of replica symmetry breaking to the approximate algorithms, and examined its possibilities and limitations based on various case studies.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	4,200,000	0	4,200,000
2007年度	14,100,000	0	14,100,000
2008年度	14,100,000	0	14,100,000
2009年度	12,100,000	0	12,400,000
年度			
総計	44,800,000	0	44,800,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・感性情報学/ソフトコンピューティング

キーワード：確率推論，確率伝搬法，要約伝搬法，レプリカ対称性の破れ，スピングラス

1. 研究開始当初の背景

大規模な確率分布からの情報抽出に伴う計算問題への実際的解決法として確率伝搬法 (Belief Propagation: BP)をはじめとする近似的確率計算法が注目されている。しかしな

がら、それらのアルゴリズムは低密度パリティ検査符号や線形ベクトル通信路モデルなどに現れる“性質の良い”形状の確率分布からの推論問題に対しては驚異的な性能を示す一方で、対象となる確率分布の形状が複雑

な場合には、必ずしも良好な結果を導かない。このような状況の下、Mezard and Zecchina (2002)は制約充足問題の解探索に対してスピニングラス理論の知見である“レプリカ対称性の破れ(RSB)”を取り入れた確率推論アルゴリズム「要約伝搬法(Survey Propagation: SP)」を開発し、それが優れた解探索性能を有することを実証した。また、研究代表者は変分原理の立場からこのアルゴリズムを見直し、近似すべき対象の複製(レプリカ)系を複数用意し、それら間の対称性を考慮しながらまとめて近似することで同種のアルゴリズムを系統的に導出することが可能であることを指摘し、これを「レプリカ拡張」と呼んだ。

2. 研究の目的

解析法やアルゴリズムの性質を解明するためには多くの事例に対して適用しその結果を検討することが重要である。そこで、情報科学やスピニングラス問題に現れるさまざまな問題に「レプリカ拡張」のアイデアを適用し、事例研究を通じてその有効性と限界を吟味する。同時に、レプリカ拡張を系統的に行うために必要な数理の基盤整備も行う。

3. 研究の方法

近似的確率計算アルゴリズムに対するレプリカ拡張の有効性と限界を以下の3つの方針に沿って明らかにしていく。

(1) 様々なアルゴリズムのレプリカ拡張：様々な基本アルゴリズムにレプリカ拡張のアイデアを導入し、新規な近似的確率計算アルゴリズムを開発する。

(2) 具体的な問題に対するレプリカ拡張の応用：情報通信、生命情報の問題を中心に、レプリカ拡張によって得られたアルゴリズムを応用する。

(3) レプリカ拡張の数理：レプリカ拡張の有効性の起源、その限界を統計力学、理論計算機科学、情報幾何などの理論を用いて数理的に解明する。

4. 研究成果

研究の目標で述べた3つの軸それぞれに関し、以下の成果が得られた。

(1) 様々なアルゴリズムのレプリカ拡張：従来のレプリカ拡張では、主に、結合行列の各成分が独立同分布にしたがう系を対象としていた。しかしながら、一般の確率モデルがこのような特徴を有する保証はない。そこで、結合行列がその固有値分布によって特徴づけられる系を考察し、レプリカ拡張を系統的に導入する方法を与えた。また、一般的な結合行列に対してスピニングラス理論のTAP近似を行う適応TAP法に対してもレプリカ拡張を行う手順を与えた。これらの成果は、近似的

確率計算を効率的に行うことができる対象の拡大に大いに寄与すると期待される。

(2) 具体的な問題に対するレプリカ拡張の応用：以下、①、②に関する成果を得た。① 誤り訂正符号の一種である Surlas 符号の復号問題にレプリカ拡張を応用した。この場合のレプリカ拡張はレプリカ数 x をパラメータとする要約伝搬 x -SP となる。その結果、次の知見が得られた。I) レプリカ数をゼロとするレプリカ拡張(0-SP)はBPにおいて変数の時間平均を利用する time-average BP (ta-BP)と同等の性能を有する。II) 結合数が十分大きな極限では 0-SP(=ta-BP)は必ず通常の BP=(1-SP)より優れた性能を示す。III) レプリカ対称性の破れた状況では2段階のレプリカ対称性の破れを導入した方が性能を改善できる場合がある。② 確率モデルの逆問題にレプリカ拡張を応用した。逆問題とは高次元データの具体的なサンプルから、それを生成した確率モデルのパラメータを推定する問題である。ここでは、近年活発に研究されているスピニングラスモデルに関する逆問題を対象とし、適応TAP法をレプリカ拡張することで具体的な推定アルゴリズムを構成した。その結果、従来のナイーブな近似法では学習が難しかったレプリカ対称性の破れた状況に対して、良好な学習効率を得ることに成功した。これらの成果により、レプリカ拡張を具体的な問題に適用する際の有効性と限界に関して有用な経験的知見が得られた。

(3) レプリカ拡張の数理：数理統計学の視点からレプリカ拡張の特徴づけを行った。レプリカ拡張では対象となる系を x 個複製したシステム全体を平均場近似し、レプリカ間に対称性を課しながら x を実数に解析接続する。この際、自然数の x に対しては全体系が指数型分布となる一方で実数の x ではその性質が失われる、という著しい違いが現れる。我々はこの点にレプリカ拡張に関する本質が潜んでいると予想し、数理統計学における基本的な量であるフィッシャー情報量に焦点を当て、自然数の x と実数の x との差異を考察し $0 < x < 1$ の間に特異的な振舞いが現れることならびに種々の周辺分布に関するフィッシャー情報量間の関係式を見出した。この成果はレプリカ法の解析接続の取り扱いについて、数理統計学からの新しい視点を与えたものであり数学的正当化が未解決なレプリカ法の理解へ向けて有用な知見となることが期待される。また、パーセプトロンの解空間の解析に適用し、 x が許容解の構成するクラスターのサイズに共役な変数としての意味を持つという主張を支持する結果を得た。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 33 件)

1. H. Takahashi, F. Ricci-Tersenghi and Y. Kabashima,
Finite-size scaling of the de Almeida-Thouless instability in random sparse networks, in press, Phys. Rev. B (査読有); arXiv:1002.2496
2. O. Watanabe and M. Yamamoto,
Average-case analysis for the MAX-2SAT problem, Theoretical Computer Science 411, 1685-1697 (2010) (査読有)
3. E. Hemaspaandra, L. Hemaspaandra, T. Tantau and O. Watanabe,
On the complexity of kings, Theoretical Computer Science 411, 783-798 (2010) (査読有)
4. T. Rogers, C. Perez Vicente, K. Takeda and I. Perez Castillo,
Spectral density of random graphs with topological constraints, J. Phys. A 43 195002 (2010) (査読有)
5. T. Obuchi and Y. Kabashima,
Weight space structure and analysis using a finite replica number in the Ising perceptron, J. Stat. Mech. (2009) P12014[21pages] (査読有)
6. Hatabu, K. Takeda and Y. Kabashima,
Statistical mechanical analysis of the Kronecker channel model for multiple-input multiple-output wireless communication, Phys. Rev. E 80, 061124 (2009) [12 pages] (査読有)
7. K. Tamura, M. Komiyama, M. Inoue and Y. Kabashima,
Decoding Algorithm of Low-density Parity-check Codes based on Bowman-Levin Approximation, New Generation Computing 27 347-363 (2009) (査読有)
8. Y. Kabashima, T. Wadayama and T. Tanaka,
A typical reconstruction limit for compressed sensing based on Lp-norm minimization, J. Stat. Mech. (2009) L09003 (12 pages) (査読有)
9. K. Ogure and Y. Kabashima,
On analyticity with respect to the replica number in random energy models: II. Zeros on the complex plane, J. Stat. Mech. (2009) P05011 (16 pages) (査読有)
10. K. Ogure and Y. Kabashima,
On analyticity with respect to the replica number in random energy models I: an exact expression of the moment of the partition function, J. Stat. Mech. (2009) P03010 (17 pages) (査読有)
11. T. Obuchi, Y. Kabashima and H. Nishimori,
Complex replica zeros of $\pm J$ Ising spin glass at zero temperature, J. Phys. A: Math. Theor. 42 075004 (27pp) (2009) (査読有)
12. Y. Kabashima,
How could the replica method improve accuracy of performance assessment of channel coding?, J. Phys. Conf. Ser. 143, 012008 (13 pages) (2009) (査読有)
13. M. Onsjo and O. Watanabe,
Finding most likely solutions, Theoretical of Computing Systems 45, 926-942 (2009) (査読有)
14. N. Miyoshi, T. Shigezumi, R. Uehara and O. Watanabe,
Scale free interval graphs, Theoretical Computer Science 410, 4588-4600 (2009) (査読有)
15. T. Shinzato and Y. Kabashima,
Perceptron capacity revisited: classification ability for correlated patterns, J. Phys. A: Math. Theor. 41 324013 (18pp) (2008) (査読有)
16. Y. Kabashima,
Inference from correlated patterns: a unified theory for perceptron learning and linear vector channels, J. Phys. Conf. Ser. 95, 012001 (13 pages) (2008) (査読有)
17. K. Takahashi and K. Takeda,
Dynamical correlations in the transverse Ising spin glass model, Phys. Rev. B 78, 174415 (2008) (査読有)
18. T. Rogers, I. Perez Castillo, R. Kuhn, K. Takeda,
Cavity Approach to the Spectral Density of Sparse Symmetric Random Matrices, Phys. Rev. E 78, 031116 (2008) (査読有)
19. 榎島祥介,
単一サンプル系に関するレプリカ法とレプリカ対称性の破れについて, 数理解析研究所講究録 1532, 136-142 (2007) (査読無)
20. K. Takeda, A. Hatabu and Y. Kabashima,
Statistical mechanical analysis of

- the linear vector channel in digital communication, J. Phys. A: Math. Theor. 40 14085-14098 (2007) (査読有)
21. Y. Tonosaki and Y. Kabashima, Sequential Minimization of the Bethe Free Energy of Ising Spin Systems, Interdisciplinary Information Sciences, Vol. 13, No. 1, pp. 57-64 (2007) (査読有)
 22. Y. Tonosaki, K. Takeda and Y. Kabashima, Numerical study of Thouless-Anderson-Palmer metastable states in three-body Ising spin glasses, Phys. Rev. B 75, 094405 (2007) (6 pages) (査読有)
 23. T. Hofmeister, U. Schoning, R. Schuler and O. Watanabe, Randomized algorithms for 3-SAT, Theory of Computing Systems 40, 249-262 (2007) (査読有)
 24. K. Takeda, S. Uda and Y. Kabashima, Analysis of CDMA systems that are characterized by eigenvalue spectrum, Europhysics Letters 76, 1193-1199 (2006) (査読有)
 25. JPL. Hatchet and Y. Kabashima, Survey propagation for the cascading Sourlas code, JOURNAL OF PHYSICS A-MATHEMATICAL AND GENERAL 39 (34): 10659-10672 AUG 25 (2006) (査読有)
 26. J. Cai and O. Watanabe, Random access to advice strings and collapsing result, Algorithmica 45, 43-57 (2006) (査読有)
 27. S. Balaji, H. M. Mahmoud and O. Watanabe, Distributions in the Ehrenfest process, Statistics and Probability Letters 76, 666-674 (2006) (査読有)

[学会発表] (計65件)

1. K. Takeda and Y. Kabashima, Statistical Mechanical Analysis of Compressed Sensing Utilizing Correlated Compression Matrix, International Symposium on Information Theory, Austin, USA, July 13-18 (2010) (一般講演)
2. Y. Kabashima, T. Wadayama and T. Tanaka, Statistical Mechanical Analysis of a Typical Reconstruction Limit of Compressed Sensing, International Symposium on Information Theory, Austin, USA, July 13-18(2010) (一般講演)
3. Y. Kabashima, Statistical mechanics approach to compressive sensing, Satellite Meeting of STATPHYS24: Statistical Physics and Computer Science, Beijing, China, July 8-11(2010) (招待講演)
4. 樺島祥介, 高橋久尚, 渡辺治, 疎なランダム行列の第1固有値に関する cavity 解析, 日本物理学会, 岡山大学, 2010年3月20日 (一般講演)
5. 竹田晃人, 樺島祥介, 相関の有る圧縮行列を用いた compressed sensing, 日本物理学会, 岡山大学, 2010年3月20日 (一般講演)
6. 林愛空, 樺島祥介, 自由エネルギー降下に基づいた 1RSB 平均場近似解の探索, 日本物理学会, 岡山大学, 2010年3月20日 (一般講演)
7. 三屋諒太郎, 樺島祥介, 誤り訂正符号を用いた電子透かし, 日本物理学会, 岡山大学, 2010年3月20日 (一般講演)
8. K. Takeda, Statistical mechanical analysis of compressed sensing with correlation, International Meeting on Inference, Computation, and Spin Glasses, Kyoto, Japan, March 16 (2010) (一般講演)
9. Y. Kabashima, H. Takahashi and O. Watanabe, Cavity approach to the first eigenvalue problem in a family of symmetric random sparse matrices, International Workshop on Statistical Mechanical Informatics 2010, Kyoto, Japan, March 7(2010) (一般講演)
10. T. Shigezumi, Y. Uno and O. Watanabe, A new model for a scale-free hierarchical structure of isolated cliques, 4th Workshop on Algorithms and Computation, Dhaka, Bangladesh, February 10 (2010) (一般講演)
11. 樺島祥介, 和田山正, 田中利幸, L_p ノルム最小化に基づく圧縮センシングの統計力学的解析, 第32回情報理論とその応用シンポジウム, ホテルかめ福, 2009年12月3日 (一般講演)
12. Y. Kabashima and O. Watanabe, On spectral analysis of large low-density random matrices: rigorous vs. cavity analysis, Workshop on Techniques and Challenges from Statistical Physics, Centre de Recerca Matemàtica Bellaterra, Spain, October 14 (2009) (一般講演)
13. 樺島祥介,

- Compressed sensing の統計力学的解析, 日本物理学会, 熊本大学, 2009年9月25日 (一般講演)
14. 樺島祥介, 渡辺治, 山本真基, 正解が埋め込まれたグラフ等分割問題の統計力学的解析, 日本物理学会, 熊本大学, 2009年9月25日 (一般講演)
 15. 安田宗樹, 樺島祥介, 田中和之, レプリカ拡張系適応的 TAP 方程式を用いた学習アルゴリズム, 日本物理学会, 熊本大学, 2009年9月25日 (一般講演)
 16. 小淵智之, 樺島祥介, 単純パーセプトロンの有限レプリカ解析と Complexity, 日本物理学会, 熊本大学, 2009年9月25日 (一般講演)
 17. M. Agrawal and O. Watanabe, One-way functions and the Berman-Hartmanis conjecture, 24th Conference on Computational Complexity, Paris, France, July 16(2009)
 18. Y. Kabashima, Analyticity breaking and complex zeros with respect to the replica number in random energy models, International Minerva Workshop: The Science of Complexity, Eilat, Israel, March 31 (2009) (招待講演)
 19. 安田宗樹, 樺島祥介, 田中和之, レプリカ拡張系に対する適応的 TAP 方程式の統計的学習理論への応用, 日本物理学会, 立教大学, 2009年3月30日 (一般講演)
 20. K. Takeda, Original conjecture on multicritical point of random spin models, International Meeting on Multicritical Behaviour of Spin Glasses and Quantum Error Correcting Codes, Tokyo, Japan, November 17(2008) (一般講演)
 21. 田村健一, 小宮美穂, 井上真郷, 樺島祥介, Bowman-Levin 法を用いた LDPC 復号, 第 11 回情報論的学習理論ワークショップ, 仙台国際センター, 2008年10月29日 (ポスター発表)
 22. 樺島祥介, 通信路符号化における Gallager 上界とレプリカ法, 電子情報通信学会・情報理論研究会, 鬼怒川温泉あさやホテル, 2008年10月7日 (招待講演)
 23. 新里隆, 樺島祥介, 直交例題におけるパーセプトロンの汎化能力評価, 日本物理学会・2008年秋季大会, 岩手大学, 2008年9月22日 (一般講演)
 24. 福本知也, 山中正雄, 樺島祥介, 田中利幸, 重み一定の疎なランダム行列の漸近固有値分布, 日本物理学会・2008年秋季大会, 岩手大学, 2008年9月22日 (一般講演)
 25. 林愛空, 樺島祥介, 平均場アルゴリズムによる送信電力低減ブリコーディング, 日本物理学会・2008年秋季大会, 岩手大学, 2008年9月22日 (一般講演)
 26. 樺島祥介, ベーテ格子上の磁場ありスピングラスモデルにおける AT 線と大偏差統計, 日本物理学会・2008年秋季大会, 岩手大学, 2008年9月20日 (一般講演)
 27. Y. Kabashima, How could the replica method improve accuracy of performance assessment of channel coding?, International Workshop on Statistical Mechanical Informatics 2008, Sendai, Japan, September 14 (2008) (一般講演)
 28. N. Miyoshi, T. Shigezumi, R. Uehara and O. Watanabe, Scale-free interval graphs, 4th International Conference on Algorithmic Aspects in Information and Management (AAIM 2008), Shanghai, China, June 24 (2008) (一般講演)
 29. Y. Kabashima, An integral formula for large rectangular matrices and its application to analysis of linear vector channels, PHYSCOMNET 2008, Berlin, Germany, April 4 (2008) (招待講演)
 30. 樺島祥介, 長方形行列に対する Itzykson-Zuber 積分の一般化について, 日本物理学会・第 63 回年次大会, 近畿大学, 2008年3月25日 (一般講演)
 31. 樺島祥介, 相関のあるハターンに対するハーセフトロン型確率モデルの解析, 情報理論とその応用学会, 賢島宝生苑, 2007年11月30日 (一般講演)
 32. O. Watanabe, Complexity of finding most likely solutions, コンプ研 (電子情報通信学会), 東北大学, 2007年10月16日 (一般講演)
 33. 原慎平, 井上真郷, 高橋久尚, 福島孝治, 樺島祥介, 磁場あり疎結合スピングラス模型における Bethe 近似を用いた AT 解析, 日本

- 物理学会・第 62 回年次大会, 北海道大学, 2007 年 9 月 21 日 (一般講演)
34. 新里隆, 樺島祥介,
入力成分に統計的に相関がある場合の
学習性能評価, 日本物理学会・第 62 回
年次大会, 北海道大学, 2007 年 9 月
21 日 (一般講演)
35. 樺島祥介,
ランダム特異値分解仮定に基づくパー
セプトロン/ベクトルチャネルモデル
の平均場解析, 北海道大学, 2007 年
9 月 21 日 (一般講演)
36. Y. Kabashima,
Inference from correlated patterns: a
unified theory for perceptron
learning and linear vector channels,
International Workshop on
Statistical Mechanical Informatics
2007, Kyoto, Japan, September 16
(2007) (一般講演)
37. K. Takeda, S. Uda, A. Hatabu and Y. Kabashima,
Statistical Mechanical Analysis of
Random Vector Channel, STATPHYS23,
Genoa, Italy, July 13 (2007) (ポスター
発表)
38. Y. Kabashima,
Belief and survey propagations in
perceptrons, Common Concepts in
Statistical Physics and Computer
Science, Trieste, Italy, July 6
(2007) (一般講演)
39. 伊東 利哉, 渡辺 治,
重みつき乱択最適選好マッチング, コン
プ研(電子情報通信学会), 北海道大学,
2007 年 6 月 29 日 (一般講演)
40. 金子勇次, 樺島祥介,
結合された温度の異なる 2 つのランジ
ュバン方程式で記述される系の定常状
態の研究, 日本物理学会, 鹿児島大学,
2007 年 3 月 21 日 (一般講演)
41. 外崎幸徳, 樺島祥介,
イジングスピンのベータ自由エネル
ギー逐次的最小化, 日本物理学会, 鹿児
島大学, 2007 年 3 月 20 日 (一般講
演)
42. M. Onsjoe and O. Watanabe
A simple message passing algorithm
for graph partition problem,
Algorithms and computation: 17th
International Symposium, ISAAC 2006,
Kolkata, India, December 20 (2006)
(一般講演)
43. 外崎幸徳, 樺島祥介,
3 体相互作用イジング模型における TAP
自由エネルギーの最適化法, 日本物理学
会, 愛媛大学, 2006 年 9 月 26 日 (一

- 般講演)
44. 竹田晃人, 宇田新介, 樺島祥介,
適応 TAP 平均場アルゴリズムの改良と
その CDMA 通信への応用, 日本物理学会,
愛媛大学, 2006 年 9 月 26 日 (一般
講演)
45. 樺島祥介, 福島孝治,
レプリカ拡張に基づく AT 線のモード解
析, 日本物理学会, 愛媛大学, 2006
年 9 月 23 日 (一般講演)
46. M. M. Halldorsson, O. Watanabe,
M. Yamamoto,
An improved upper bound for the three
domatic number problems, 第 5 回情報
科学技術フォーラム, 福岡大学, 2006
年 9 月 5 日 (一般講演)

[図書] (計 2 件)

1. 赤池弘次, 甘利俊一, 北川源四郎, 樺島祥
介・下平英寿 著, 室田一雄, 土谷隆 編,
赤池情報量規準 AIC - モデリング・予
測・知識発見 -, 共立出版(2007)
2. 金森 敬文, 畑埜 晃平, 渡辺 治,
ブースティング --- 学習アルゴリズム
の設計技法, 森北出版(2006)

[その他]

ホームページ等

<http://www.sp.dis.titech.ac.jp/~kaba>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

樺島 祥介 (KABASHIMA Yoshiyuki)
東京工業大学・大学院総合理工学研究科・
教授
研究者番号: 80260652

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

渡辺 治 (WATANABE Osamu)
東京工業大学・大学院情報理工学研究科・
教授
研究者番号: 80158617

竹田 晃人 (TAKEDA Koujin)

東京工業大学・大学院総合理工学研究科・
助教
研究者番号: 70397040