

研究種目：特定領域研究

研究期間：2006～2010

課題番号：18079014

研究課題名（和文）複雑な系の量子統計推測と量子相関の研究

研究課題名（英文）Statistical inference and entanglement in complex quantum systems

研究代表者

松本 啓史 (MATSUMOTO KEIJI)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・准教授

研究者番号：60272390

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・感性工学・ソフトコンピューティング

キーワード：量子統計推測 漸近理論 非局所性 通信路

### 1. 研究計画の概要

- (1) ブラックボックス（通信路）の推定については、ユニタリ変換の推定という簡単かつすでに研究のある場合を出発点に、一般のCP写像に研究を拡大していく。とくに、漸近論を中心に調べる。
- (2) 古典通信と局所量子操作を用いた多体状態の推定に関しては、完全な識別の場合から開始して徐々に一般的な状況を考える。
- (3) 量子状態の情報幾何については、量子相対エントロピーの考察を中心に、統計的推測や量子相関との関係を考える。
- (4) 量子相関については、統計的推測や幾何との関係を中心に考察。
- (5) 実験的実装については、線形光学からはじめて徐々にさまざまなスキームを試みる。

### 2. 研究の進捗状況

- (1) ブラックボックスの推定に関しては、ユニタリの漸近論をかなり丁寧に調べることができた。ユニタリ以外の場合については、漸近誤差の振る舞いについて、弱いけれども相当一般的な結論を得、また数学的に厳密な基礎を作った。さらに、検定と量子通信の関係について調べた。
- (2) 古典通信と局所量子操作を用いた状態推定については、完全に識別可能な状態の数について、かなり結果を積み上げることができた。また、純粋状態の場合の状態推定の場合には、一次漸近

理論を完成した。

- (3) 量子状態の状態幾何については、量子相対エントロピーの特徴付けが進んだ。また、識別可能な状態数を幾何的な意味をもつ量子相関の尺度で上から押えることができた。また、ブラックボックスの幾何についても研究を開始し、一定の成果を得た。
- (4) 量子相関については、上記の(2)、(3)に述べたもののほか、対話型証明やベルの不等式の見地からさまざまな結果を得ることができた。また、群論的対称性のある場合について、エンタングルメントの各種指標を詳しく調べた。
- (5) 測定の実現に関しては、ベル状態の検定について、理論的に理想的な測定からはじめて、現実的な範囲内の観測の最適化をおこない、数値的に詳細な性能の評価をした。また、線形光学に弱い非線形を加えてさまざまな測定を構成した。
- (6) 計画にはないが、推定問題とからんで、とくにユニバーサル符号の研究や、漸近理論そのものの基礎付けを深めるなどの研究をした。

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。  
具体的には、(1)に関してはユニタリの推定の漸近論が整備され、当初望んだ以上に詳細な結果が得られ、ユニタリ以外の場合の研究から、量子加速のためのかなり強い必要条件が得られた。(2)については、検定一般にあまり進めなかったが、予定外の純粋状態一般の場合を解決

できた。(3)は全般的にややおくれており、(4)はベルの不等式など予定外の結果をえた。(5)については、線形光学系の理論的検討は進まなかったし、ノンパラメトリック推定も手が付かなかったが、弱い非線形性をもちいての状態実現で成果が出、エンタングルメントの計測にも一定の成果があった。

#### 4. 今後の研究の推進方策

基本的には当初の計画通りにすすめるが、測定の実現に関しては、当初想定していた分担者の参加が実現しなかったこともあり、縮小し、現在すすめている、弱い非線形性を用いた測定の研究を進めることにする。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 28 件)

① H. Imai and M. Hayashi, "Fourier Analytic Approach to Phase Estimation in Quantum Systems," to appear in New Journal of Physics. New Journal of Physics, **11** No 4, 043034 (2009)、査読あり

② M. Hayashi and K. Matsumoto, "Asymptotic performance of optimal state estimation in qubit system," Journal of Mathematical Physics, **49**, 102101 (2008)、査読あり

③ M. Hayashi, "Characterization of several kinds of quantum analogues of relative entropy," Quantum Information and Computation, **6**, 583-596 (2006)、査読あり

④ M. Hayashi, "Universal coding for classical-quantum channel," to appear in Communications in Mathematical Physics, (2009 掲載確定)、査読あり

[学会発表] (計 25 件)

① K. Matsumoto, "Self-teleportation and its application on LOCC estimation and other tasks", The Eleventh Workshop on Quantum Information Processing New Delhi, December 17-21, 2007, Quantum Information Processing 2008,

② T. Ito, H. Kobayashi, D. Preda, X. Sun and A. C.-C. Yao. "Generalized Tsirelson Inequalities, Commuting-Operator Provers, and Multi-Prover Interactive Proof Systems", The Eleventh Workshop on Quantum Information Processing New Delhi, December 17-21, 2007,

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]