様式 C-7-2

自己評価報告書

平成　21　年　4　月　30　日現在

研究種目：基盤研究(S)
研究期間：　2006 年度　～　2010　年度
課題番号：18104001
研究課題名（和文）　位相的場の理論に基づく，幾何学の新展開

研究課題名（英文）　NEW DEP. OF GEOM. BASED ON TOP. FILD THEORY

研究代表者　深谷　賢治（　FUKAYA KENJI　）
京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：30165261

研究分野：数学
科研費の分科・細目：幾何学
キーワード：シンプレクティック多様体，ミラー対称性，フレアーホモロジー

１．研究計画の概要

シンプレクティック多様体のラグランジュ部分多様体のフレアー理論などで重要な，モジュライ空間による対応を元にした代数構造とそのホモトピー代数の展開，また，その幾何学（シンプレクティック幾何学やミラー対称性など）への応用などを行う．

２．研究の進捗状況

数学の研究は個々の研究者が考えること，が最大の基本であり，新奇をてらった研究方法は有効ではない．
一方で，直接あって議論をすることが重要である．
最近の数学の論文は長大になる傾向が大きく，論文を読むことで研究交流する程度が限られてきているので，直接講演を聴いて相互に研究方法を伝え合う必要が大きい．
とはいえ，書物や論文が数学の情報のもっとも重要なよりどころである．

３．現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。
ラグランジュ部分多様体のフレアーホモロジーについての著書は申請時の８章に加えて，２章を執筆したが，全体が長くなりすぎたので，この２章は分けて出版する予定である．２章の内容は，ラグランジュ部分多様体の手術とフレアーホモロジーの関係，整数係数のフレアーホモロジーと Arnold Givental 予想である．
　オペラッド，対応，ホモトピー代数の関係を与える，論文 Differential operad, Kuranishi correspondence and Foundation of topological Field theory を執筆し，投稿した．ホームページ上で公表中．
　あるＬ無限大オペラッドを使って自由ループ空間のホモロジーにＬ無限大構造を入れることが出来ることを見いだし，３次元ベクトル空間のラグランジュ部分多様体の研究への応用とともに論文を執筆中．
　ループ空間のホモロジーに上の高次のループの効果も含めた代数構造は，包合的双リー無限大構造（Involutive bi-Lie infinity structure）という形で，定式化が可能であることを K. Cielibak, Y. Latschev との共同研究で見いだし，そのホモトピー論と幾何学的実現の一部についての論文を執筆中．
　２００８年ぐらいから，トーリック多様体のファイバーであるラグランジュ部分多様体のフレアーホモロジーを具体的に計算しそれをシンプレクティック幾何学，ミラー対称性双方に応用する研究が，深谷，オウ，太田，小野というラグランジュ部分多様体のフレアー理論の建設を行ったグループの共同研究として開始され，現在まで継続している．
　本研究では，ノビコフ環上ですべてを考え，また，我々のフレアーホモロジー論の枠組みを用いることで，数学的に厳密な形トーリック多様体とランダウ－ギンズブルグ模型のミラー対称性を研究した．特に，ランダウ－ギンズブルグ超ポテンシャルが，ラグランジュフレアーホモロジーのポテンシャル関数（円盤の数の母関数）からどう生じることを明確にした．（以前の研究では，ランダウ－ギンズブルグ超ポテンシャルは，天下り的に与えられ，その幾何学的意味は明らかではなかった．）

この研究により，トーリック多様体のトーラス軌道がいつ０でないフレアーホモロジーをもつかを計算する組織的な方法が得られる.(計算は代数方程式を有限回解くことで行える.)フレアーホモロジーとしては,バルク変形やbounding chainというわれわれの研究で導入された一般化・変形のすべてを使う定式化が最適であり，その有効性が明確になった.

トーリック多様体とランダウ－ギンズブルグ超ポテンシャルのミラー対称性については，トーリック多様体の大きい量子子ホモロジーから生じるコホモロジー群のフロベニウス多様体構造（ドブロビン）とランダウ－ギンズブルグ超ポテンシャルの斉藤恭司理論から生じるフロベニウス多様体構造の同形を，任意のコンパクトトーリック多様体について証明することに成功した. 応用として，０でないフレアーホモロジーをもつトーラス軌道の数がベッチ数に等しいことが証明される.

このトーリック多様体研究については，４－５編程度の論文の執筆を予定している. 現在１（修正後約１００頁）と２（７０頁ぐらい）が完成しネットワーク上で公開している. １は投稿済みで，レフェリーレポートに沿った修正をおこなったものが審査中である. ３については１００ページ程度の論文の第１稿がある. この３の論文のうち，前半は問題ないが，後半には間違いがあった. その修正について，どうするかの数学的な内容は分かっているが，修正部分の執筆はまだ済んでいない. 修正後公開投稿予定である.

深谷はI.Smith, P.Seidelとともに「隣接ラグランジュ部分多様体問題」の部分解を得た.

４．今後の研究の推進方策

数学的には出来ているが,証明の細部詰め,論文を執筆する途中のものが多いのでとにかくそれを早くまとめたい.

トーリック多様体のフレアー理論はまだすることが多くあり，代数幾何的に発達したミラー対称性研究の部分をフレアー理論と融合するために重要であると考えている.

ループ空間やString topologyを用いた研究はHigher genusや共形場代数的位相幾何学との関わりの基礎になるので，推し進めたい.

５． 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

［雑誌論文］（計７件）

1.K. Fukaya, Y.G.-Oh, H. Ohta, K. Ono, Canonical models of filtered A∞-algebras and Morse complexes, to appear CRM Proceedings and Lecture Notes Volume 49, 2009 (accepted). 査読有

2.K. Fukaya, P. Seidel, I. Smith, The symplectic Geometry of Cotangent bundle from a Categorical Viewpoint, Homological Mirror symmetry, Lectures notes in Physics 757 1-26, Springer 2009. 査読有

3.K. Fukaya, P. Seidel, I. Smith, Exact Lagrangian submanifolds in simplly connected cotangent bundles. Invent. Math. 172 : 1-27 (2008). 査読有

4.K. Fukaya. Loop space and holomorphic disc -summary-, to appear in proceedings of ICCM 2007,査読有

5.Y.-G. Oh and K. Fukaya, Floer homology in symplectic geometry and in mirror symmetry. International Congress of Mathematicians. Vol. II, 879--905, Eur. Math. Soc., Zürich, 2006. 査読有

6.L. Göttsche, H. Nakajima, K. Yoshioka, Instanton counting and Donaldson invariants. J. Differential Geom. 80 (2008), no. 3, 343--390. 査読有

7.D. Kishimoto, A. Kono, Mod p decompositions of non-simply connected Lie groups. J. Math. Kyoto Univ. 48 (2008), 1--5.査読有

［解説記事など］（計2件）

1.深谷賢治　ミラー対称性入門（数学セミナー連載），グロモフウィッテン不変量入門（2006年11月），フレアーホモロジーとミラー対称性（2007年4月），ミラー対称性とホモロジー代数（2007年6月）.

2.深谷賢治　場の量子論と数学，数理科学 2007年６月

ホームページ等

http://www.math.kyoto-u.ac.jp/~fu