

平成 21 年 5 月 7 日現在

研究種目：基盤研究(S)

研究期間：2006～2010

課題番号：18104002

研究課題名(和文) 非線形非平衡反応拡散系理論の確立

研究課題名(英文) Mathematical Theory of Nonlinear-Nonequilibrium Reaction-Diffusion Systems

研究代表者

三村 昌泰(MIMURA MASAYASU)

明治大学・理工学部・教授

研究者番号：50068128

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：反応拡散系、パターン形成、爆発現象、自己組織化、細胞インテリジェンス

1. 研究計画の概要

20世紀後半、科学において我々は一つの大きなパラダイムシフトを経験した。それは非線形非平衡系を基盤とする動的な自然観への大きな歴史的転換である。こうして生まれた非線形非平衡科学に対して、残念ながら、当時の数学は対応できなかった。しかしながら、そこに現われる様々な現象を記述するモデルとして、反応拡散系が登場することから、この新たな科学の風が数学、とりわけ非線形解析学の分野に吹き込まれたのである。このことから、非線形非平衡科学の理論構築に向けて反応拡散系の数学理論からの接近が可能となったのである。今回の研究目的は、この研究を遂行することによって数学が自然科学の理論研究に貢献することである。

2. 研究の進捗状況

(1) 非線形非平衡反応拡散系に現れるパターン形成、ダイナミクス解析に対して下記に示すいくつかの数学的手法を開発した。

- フロント、パルス、スポットのダイナミクス及び相互作用の解析法
- 大域的分岐理論
- 特異極限解析
- ランダム環境での進行波解析
- 爆発解の定性的理論

(2) 研究課題に関連する会議・フォーラムを開催した。

○ Workshop on Experimental and Theoretical Studies of Precipitation Patterns (明治大学、2007年6月)

○ International Conference on Free Boundary Problems (千葉大学、2007年11月)

○ Mathematical Understanding of Complex Systems arising in Biology and Medicine (2008年10月)

(3) 研究課題に関連するテーマで若手研究者に向けての学校を開催した。

- 冬の学校「発展方程式系の解の挙動」- 反応拡散方程式理論の最先端 - (2006年12月)
- 秋の学校「パターン形成の数理とその周辺」- 反応拡散方程式理論による時・空間パターンの解析を中心に - (2007年9月)
- 冬の学校「数理の目で世界を見る」- 最先端の話題より - (2009年1月)

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。その理由は、非線形非平衡系は多種多様な複雑現象が自然科学、社会科学において現れることは実験、観察から知られており、系には固有の現象が現れることが非線形非平衡系の特徴であるとも言われているので、一般的な数学理論を確立することに困難であるように思われていた。しかしながら、これまでの成果として、弱非線形性のもとでは、非線形非平衡反応系に対して一般論が成り立つことを無限次元力学系の不変多様体理論から明らかにすることに成功した。代表者及び分担者によって具体的に挙げられた成果は(1)生物系に現れる非線形非平衡系モデルからの解明 (2)非線形非平衡反応拡散系に対する中心多様体理論の拡張 (3)大域的分岐探索からの遷移ダイナミクスの解明 (4)ランダムな空間場での進行波解の理解 (5)特異極限解析等がある。

4. 今後の研究の推進方策

非線形非平衡系は一般にエネルギーの絶え間ない供給と消費の中で現れる(散逸)構造を記述する開放系である。開放系に比べて有限のエネルギーしか供給されない系は閉鎖系と呼ばれ、多くの閉鎖型反応拡散系は充分時間が経過すると、自明な平衡状態になることから、パターン形成の観点からは興味の対象から除かれていた。しかしながら、その中間の系として、閉鎖系があるが、遷移過程において開放系になる、いわゆる遷移非線形非平衡系が燃焼系、生物系等で観察されてきた。この系の特徴は、遷移過程において複雑な現象が現れ、時間が経つと消滅するというものである。このためには漸近挙動を調べてもあまり本質的ではなく、遷移挙動を考察しなければならない。これまで、数学の分野で発展方程式の定性的理論の研究は解の存在、一意性そして漸近挙動に集中していたことから、遷移過程における解挙動の研究はほとんどなかった。遷移ダイナミクスの理論を構築するためには、本質となるような具体例が必要である。これに関して、三村はすでに、バクテリアの寒天培養(養分は有限)、微小重力環境下での燃焼(可燃性物質は有限)に対して遷移非線形非平衡反応拡散系モデルを提案しているので、理論確立はかなり期待出来る。このことと同時に、注意することは非線形非平衡反応拡散系の解挙動は系に含まれるパラメーターに鋭敏に依存することである。そのために、数値計算が必要な手助けになる。そして数値シミュレーションが信頼出来るものでなければならない。そのためには、差分法、有限要素法、有限体積法等を駆使する数値解析研究者達との密接な共同研究が必要である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 39 件)

- (1) M. Alfaro, D. Hilhorst and H. Matano: The singular limit of the Allen-Cahn equation and the FitzHugh-Nagumo system, *J. Differential Equations*, 245, 505-565, 2008
- (2) S.-I. Ei, H. Ikeda, K. Ikeda and E. Yanagida: Eigenfunctions of the adjoint operator associated with a pulse solution of some reaction-diffusion systems, *Bull. Inst. Math. Academia Sinica*, 3, 603-666, 2008

- (3) X. Yuan, T. Teramoto and Y. Nishiura: Heterogeneity-induced defect bifurcation and pulse dynamics for a three-component reaction-diffusion system, *Phys. Rev. E*, 75, 3, 036220, 2007

- (4) A. Tero, R. Kobayashi and T. Nakagaki: A mathematical model for adaptive transport network in path finding by the true slime mold, *J. Theor. Biol.*, 244, 553-564, 2007

- (5) S.-I. Ei, M. Mimura and M. Nagayama: Interacting Spots in Reaction-Diffusion Systems, *J. Discrete and Continuous Dynamical Systems, A*, 14 31-62, 2006

[学会等国際会議発表] (計 49 件)

- (1) M. Mimura: Transient self-organized patterns in biological and chemical systems, International Workshop on Mathematical Biology, December 15, 2008, National Taiwan Normal University, Taiwan

- (2) M. Mimura: Traveling waves in smoldering combustion under micro-gravity, Workshop on PDE approximations in fast reaction-slow diffusion scenario, November 10, 2008, Lorentz Center, the Netherlands

- (3) M. Mimura: Spatial Segregation Problem in Competitive Systems, PDE and Biology, KTH, Stockholm, Sweden (July 11, 2007)

- (4) M. Mimura: Self-Organized Patterns in Bacterial Colonies", *BIOCOMP* 2007, Vietro, Italy (September 25, 2007)

[その他]

ホームページ等

<http://nnrds.math.meiji.ac.jp/>

<http://www.mims.meiji.ac.jp/index.html>