

研究種目：基盤研究（A）

研究期間：2006～2009

課題番号：18204012

研究課題名（和文）ホロノミック変形と非線形可積分系

研究課題名（英文）Holonomic deformation and nonlinear integrable systems

研究代表者

岡本 和夫（OKAMOTO KAZUO）

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：40011720

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：可積分系

1. 研究計画の概要

(1) 本研究課題の目標は、ホロノミック変形の立場から非線型可積分系を考察すること、パンルヴェ方程式とガルニエ系、及びその拡張について総合的な研究を行うことである。具体的には以下の3点が研究の目的となる。

ホロノミック変形により新しい型の非線型可積分系を構成し研究すること。

リーマン・ヒルベルト対応についての幾何学的考察を通して非線型可積分系を研究すること。

いろいろな立場からの手法により、パンルヴェ方程式とガルニエ系の構造を明らかにすること。

ホロノミック変形と非線型可積分系が二つの研究の柱であり、パンルヴェ方程式とガルニエ系には重点を置く。

(2) 研究代表者は、本研究課題を、研究の推進と併せて、非線型可積分系の研究を総括するセンターを目指すものとして位置付けている。そのため広い分野の研究者に協力を求め、特に大学院生を中心とする若手研究者の積極的な参加を求め、自立的な研究を支援する。

(3) 横断的な研究を具体的に遂行し、研究のとりまとめを行うため、上記目的に対応して3つの研究グループを構成する。現在のグループの課題は以下の通りである。

(a) 非線型可積分系の構成、[に対応]

(b) ホロノミック変形の幾何学的理論、[

に対応]

(c) 非線型可積分系の応用研究、[に対応]
上記(a), (b), (c)の研究グループごとに成果をまとめ、成果は積極的に公表する。

なお、当初は研究代表者に加えて3名の分担者を組織していたが、現在この3名を連携研究者として研究を進めている。

2. 研究の進捗状況

(1) 研究成果欄に挙げたパンルヴェ方程式に関する論文は、本研究課題に関連してそれまでの研究をまとめて本研究の初年度に公表したものであり、上記、の目的に沿ったものである。また、研究代表者は多年にわたる研究を本研究の一環として学術書にまとめ、研究成果欄にある通り公刊した。内容はパンルヴェ方程式やガルニエ系のハミルトニアン構造をホロノミック変形の理論で特徴付け、パンルヴェ方程式の初期値空間や変換群について紹介したものである。

(2) 研究集会の開催及び参加について、本研究課題の科学研究費が不可欠な役割を果たしており、若手研究者の自立的研究の支援という目的にもかなうものであった。研究集会のうち重要なものを挙げる。これらの研究集会についてはwebページを研究成果欄に記しておく。

2006年9月にケンブリッジ(イギリス)での「パンルヴェ方程式とモノドロミー問題」国際研究集会は、表題からわかる通り本研究課題と密接不可分な内容の集会であり、大学院生や研究員を派遣して今後の発展に資するべくこの機会を活用した。研究代表者

はアドバイザーとして開催に協力するとともに、併せて行われた教育プログラムにおいて若手研究者向けの連続講演を行った。

2008年6月の東京大学における研究集会では25件の講演(うち海外研究者による招待講演12)とポスターセッションに国内外の若手研究者が参加した。2008年11月にストラズブル(フランス)で開催された国際研究集会では、全体の講演数20のうち我が国からは研究代表者を含めて7件の講演があった。特にフランスの若手研究者による講演は新しい研究の方向を示すものであった。

(3) 研究目的の遂行と若手研究者の自立的研究の支援に資するため、J-P. RAMIS教授(フランス・トゥールーズ大学)とA. KITAEV研究員(ロシア・ステクロフ数学研究所)を招聘した。

3. 現在までの達成度

当初の計画以上に進展している。

その理由の第1は、上記国際研究集会において国内外の若手研究者が新しい研究方向を見出していることが挙げられる。これはwebページにあるプログラムからでも読み取れる。本研究課題から生まれた視点が、数学の他分野の研究者の興味を引き、若手を中心にホロノミック変形理論や非線形可積分系の研究に参入してきている。今後の研究の発展が期待される。

第2に、本研究課題の研究を遂行することにより、研究代表者はこの分野の研究書を刊行することができた。現時点でこれは唯一の総合的な本であり大学院生達がこれから研究を進める上で大きな助けになるものと自負している。この本の英語版を出版することが、研究代表に課せられた課題となるであろう。

4. 今後の研究の推進方策

基本的に現在の研究計画を変更する必要はなく、本研究課題のとりまとめと新しい研究を目指して最終年度の研究を遂行する。

(1) 上記3件の国際研究集会の開催と若手研究者の派遣により一応の成果が得られたので、最終年度には大規模なものは主催せずいくつかの集会に積極的に参加あるいは派遣することとしたい。このことにより若手研究者の自発的研究を支援するとともに、この分野の次への発展を計る。

(2) 日程等の調整ができれば、本研究課題に深く関係しているAlexander KITAEV研究員(ロシア・ステクロフ数学研究所)を再び日本に招いて共同研究と将来の発展に向けての検討を行う。

5. 代表的な研究成果
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1件)

Y. Ohya, H. Kawamuko, H. Sakai and K. Okamoto: Studies on the Painlevé equations V, third Painlevé equations of the type $P_{III}(D_7)$ and $P_{III}(D_8)$, J. Math. Sci. Univ. Tokyo 13 (2006) 145-204, 査読有

[学会発表](計 3件)

K. Okamoto: Introduction to the Painlevé equations (4回講義) Workshop on Painlevé equations and monodromy problems, ニュートン研究所, ケンブリッジ, イギリス, 2006年9月11日, 12日

<http://www.newton.ac.uk/webseminars/pg+ws/2006/pem/pemw01/>

K. Okamoto: From Strasbourg to Tokyo, 国際研究集会「From Painlevé to Okamoto」, 東京大学, 2008年6月11日
<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~tudateru/okamoto60/>

K. Okamoto: The differential equations satisfied by the λ -functions of the degenerate Garnier systems, 国際研究集会「Journées franco-japonaises en l'honneur de Kazuo Okamoto autour des équations de Painlevé」, ストラズブル大学, フランス, 2008年11月11日

http://www-irma.u-strasbg.fr/article743.html?var_recherche=okamoto

[図書](計 1件)

岡本和夫, 「パンルヴェ方程式」, 岩波書店, 2009年, 300ページ