

平成 21 年 4 月 18 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：平成 18 年度 ~ 平成 21 年度

課題番号：18340003

研究課題名(和文) 代数的サイクルのホッジ理論および数論的研究

研究課題名(英文) Hodge theoretic and number theoretic study of algebraic cycles

研究代表者 齋藤 秀司

大学院数理科学研究科・教授

50153804

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数的サイクル, モチフィックコホモロジー, ホッジ理論, p-進ホッジ理論

1. 研究計画の概要

モチフィックコホモロジーとは、代数体の整数環のイデアル類群や単数群、代数多様体の Chow 群などを一般化したもので、数論的多様体の L-関数とも密接に関連する重要な研究対象である。これにたいする重要な未解決問題として数論的多様体のモチフィックコホモロジーの有限性予想がある。当該研究ではこの問題にホッジ理論的アプローチおよび数論的なアプローチにより迫る。

2. 研究の進捗状況

当該研究においては、これまでこの問題に対する一般的なアプローチを発見していた。基本的なアイデアは上述の予想を加藤予想と関係付けることである。加藤予想とは、上述の問題とはまったく別のコンテキストにおいて加藤和也氏により 1986 年に提出された予想である。加藤氏は、有限体上の射影的で滑らかな多様体 X 、あるいは整数環上の regular proper flat なスキーム X と整数 q にたいし、ある数論幾何的な不変量 $KH_q(X)$ を定義して、これが $q=0$ 以外では消えていることを予想した。 X が有限体上の曲線、あるいは代数体の整数環のスペクトラムの場合の加藤予想は、有限体上の一変数関数体あるいは代数体 K のブラウアー群に関する古典的類体論の基本事実(K 上の中心的単純環にたいする Hasse 原理)に同値である。

3. 現在までの達成度

前年度まで研究により、特異点の解消を認めた上で、有限体の多様体にたいする加藤予想を解決することに成功していた。本年度の研究の成果は、最近 Gabber により示された de Jong の alteration の理論の精密化を用いることにより、有限体の多様体にたいする加藤予想の標数と素な部分の特異点の解消の仮定なしに示すことに成功したことである。これにより研究計画の達成度はかなり高いと自己評価できる。

4. 今後の研究の推進方策

今後は上の成果で使われた方法をさらに発展させることにより、有限体上の多様体の加藤予想で残されていた

標数の部分を解決することを目指す。さらにこの方向での研究を進展させ、整数環上の regular proper flat なスキームにたいする加藤予想で残されていた標数の部分を解決することを目指す。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)

1. S. Saito and K. Sato, A finite theorem for zero-cycles over p-adic fields, to appear in Annals of Mathematics (2009)

2. J. Lewis and S. Saito, Algebraic cycles and Mumford-Griffiths invariants, to appear in Amer. J. Math. (2009)

3. M. Asakura and S. Saito, Maximal components of Noether-Lefschetz locus for Beilinson-Hodge cycles, Math. Ann. 341 (2008), 169-199

4. M. Asakura and S. Saito, Surfaces over a p-adic field with infinite torsion in the Chow group of 0-cycles, Algebra and Number Theory 1 (2008), 163--181

5. M. Asakura and S. Saito, Noether-Lefschetz locus for Beilinson-Hodge cycles I, Math. Zeit. 252 (2006), 251-237

6. M. Asakura and S. Saito, Generalized Jacobian rings for open complete intersections, Math. Nachr. 279 (2006), 251--237

[学会発表](計 件)

1. Finiteness results for motivic cohomology of arithmetic schemes, 2009 年 1 月 3 日, University of Hyderabad, Hyderabad, India

2. Roitman's theorem for \mathbb{S}^1 -cycles on ari

thmetic schemes, 2008年 7月 17日, University of Munich, Munich, Germany

3. A conjecture of Colliot-Thélène on zero-cycles over local fields, 2007年 12月 7日, CIRM, Luminy, France
4. Surfaces over a p-adic field with infinite torsion in the Chow group of 0-cycles, 2007年 6月 1日, ICTP, Trieste, Italy
5. Surfaces over a p-adic field with infinite torsion in the Chow group of 0-cycles, 2007年 5月 4日, CRM, Montreal, Canada

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

[その他]

なし