様式 C-7-2

自己評価報告書

平成２１年　４月　９日現在

研究種目：基盤研究（B）
研究期間：２００６～２００９
課題番号：１８３４０００４
研究課題名（和文）　多様体の特異点の研究

研究課題名（英文）　Research on singularities of a variety

研究代表者
石井　志保子（Ishii Shihoko）
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：６０２０２９３３

研究分野：代数幾何学
科研費の分科・細目：数学・代数学
キーワード：弧空間，ジェット空間，lc-threshold

１．研究計画の概要

代数多様体の特異点における局所環とそのイデアル，また弧空間を調べることによって特異点の性質を明らかにしようとする研究である．

２．研究の進捗状況

多様体とそのジェット空間との関連が明らかになってきている．具体的には多様体が非特異であることと任意の整数 m に対し m ジェット空間が非特異になることと同値になる．これはさらにある整数 m に対し m ジェット空間が非特異になることと同値になる．これによりひとつのジェット空間が非特異になれば他のジェット空間も非特異になることがわかる．また任意のジェット空間の間の切り詰め射が滑らかであることと多様体が非特異になることの同値性が示された．これはさらにあるジェット空間の間の切り詰め射が平坦になることと同値になる．非特異性以外の特異点の性質についても関連がわかってきた．ある整数 m について m ジェット空間がある性質（これを P としよう）を持つとき、多様体が性質 P を持つかという問題については多くの場合に肯定的な結果が得られた．具体的には P が正規，完全交叉，Q-分解的，Q-ゴレンスタイン，標準的，端末的，対数的標準的，対数的端末的の場合に肯定的な結果が得られる．一方逆の問題を考えると，多様体が性質 P を持つ場合に ジェット空間が同じ性質 P を持つことは通常はあり得ないということがそれぞれの P について反例を与えることによって示された．

多様体間の射とジェット空間の間の射についても関連が明らかになってきている．多様体の間の射が同形であれば、その射によって導かれるジェット空間の間の射も同形になることがわかった．しかしながらジェット空間の射が多様体間の射によって導かれるものであるという仮定がなければ、類似のより強い予想「ジェット空間が同形であれば、多様体は同形」は成立しないことが示された．これは多様体のキャンセル問題の Danielevski による反例を用いて，ジェット空間が同形であるにもかかわらず，多様体が同形でない例を作ったものである．

なお、正標数の基礎体上の環についてはフロベニウス射を用いて イデアルの F-閾値を導入し密着閉包，整閉包，重複度の関係を表す公式が得られた．

３．現在までの達成度

②おおむね順調に進展している
理由：ジェット空間の特異点と代数多様体の特異点との密接な関係がわかってきた．ジェット空間の次数を上げるとその上の特異点がどう変わってくるかは今後の課題である．

４．今後の研究の推進方策

これまでの方法を踏襲するいっぽうで正標数特有のフロベニウス写像を有効に使うことを考える．

５．　代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　４　件）

① Shihoko Ishii, Smoothness and jet schemes, Advanced Studies in Pure

Mathematics, 掲載決定, 査読有

② Tadashi Tomaru, Complex surface singularities and degenerations of compact complex curves, Demonstratio Math, 掲載決定, 査読有

③Tommaso de Fernex, Lawrence Ein and Shihoko Ishii, Divisorial valuations via arcs, Publ. RIMS, Kyoto Univ., 44, 425-448, 2008, 査読有

④C. Huneke, M. Mustata, S. Takagi and K. Watanabe, F-thresholds, tight closure, integral closure, and multiplicity bounds Michigan Math. J., 57, 463—483, 2008, 査読有

〔学会発表〕（計 2 件）

①Shihoko Ishii, From jet schemes to the base scheme, Main Seminar in Algebraic Geometry, 2009, March 9,
MSRI(Mathematical Science Research Institute, Berkeley)

②Shihoko Ishii, Geometric properties by jet schemes, Hayama Symposium on Complex Analysis in Several Variables XII 2008, July, 15, 葉山国際村センター