

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2009

課題番号：18340008

研究課題名（和文）グレブナー基底の理論的有効性と実践的有効性の探究

研究課題名（英文）Study on theoretical effectivity and practical effectivity of Groebner bases

研究代表者

日比 孝之（HIBI TAKAYUKI）

大阪大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号 80181113

研究分野：計算可換代数と組合せ論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：グレブナー基底、計算代数統計、計算可換代数、凸多面体、イニシャルイデアル

#### 1. 研究計画の概要

今後、我が国において、少なくとも5年以上の長期に亘って継続されるグレブナー基底の理論と実践に関する共同研究を、将来、永続的な国際共同研究に発展させることを視野に入れ、強力に推進し、我が国がグレブナー基底の理論的有効性と実践的有効性の探究に関する国際的な研究拠点となることを目指す。

#### 2. 研究の進捗状況

分割表の検定に重要な役割を果たすマルコフ基底の代数的な側面の研究を推進した。統計学の観点からするとHardy-Weinbergモデルなど、基本的かつ重要な類に付随するマルコフ基底は二次のmoveから成ることが多い。加えて、二次のグレブナー基底を持つトーリックイデアルは可換代数と代数幾何においてもきわめて重宝である。本基盤研究では、二次のグレブナー基底を持つ類に限定し、重点的な研究を展開した。具体的な成果を列挙する。

(1) 可換代数における著名な配置であるSegre-Veronese配置の一般化となるnested配置の概念を提唱し、そのトーリックイデアルが二次のグレブナー基底を持つための効果的な十分条件を発見した。

(2) 計算統計代数の分割表の問題の一つであるtwo way subtable sum問題に付随するトーリックイデアルの具象的な研究を展開し、そのトーリックイデアルが二次のグレブナー基底を持つための必要十分条件を得ることに成功した。

(3) 非混合二部グラフの極小被覆に付随す

るトーリックイデアルの代数的な研究を展開し、そのトーリックイデアルの具体的な二次のグレブナー基底を組合せ論的に記述することに成功した。

他方、分割表を分析する重要な手法の一つであるsequential importance samplingに関連し、計算代数統計への応用上重要となる配置のトーリック環についての正規性およびvery ample性を検証した。顕著な成果の一つは、two way subtable sum問題に付随するトーリック環が正規となるための必要十分条件を決定することに成功したことである。

#### 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

(理由) 最終目標の一つである計算代数統計のマルコフ基底に関する懸案の予想が、既に、肯定的に解決されたから。

#### 4. 今後の研究の推進方策

最終年度は、昨年度までの研究成果を踏襲し、計算可換代数におけるグレブナー基底の理論的有効性と計算代数統計におけるグレブナー基底の実践的有効性の研究を推進させる。

前者では、具体的には、計算可換代数におけるグレブナー基底の理論を単項式イデアルの極小自由分解の研究に応用し、すべての冪がcomponentwise linearとなる単項式イデアルの効果的な判定法をグレブナー基底の枠組みで探す。

後者では、「グループ毎の選択問題」と言う統計モデルに関連するトーリックイデア

ルの代数的な概念である nested 配置を一般化し、計算代数統計のマルコフ基底として現れる二次のグレブナー基底を、臨床試験などの現場での実践的な貢献を意識しながら、“素手”で計算できる二次のグレブナー基底の「辞書」を作成するとともに、グレブナー基底を代数的な勘と幾何学的な経験に頼って探す原始的な方法を、何らかの創意工夫を凝らし、計算機のプログラムとして実装するための基礎的な準備を推進する。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

[1] S. Aoki, T. Hibi, H. Ohsugi and A. Takemura, Groebner bases of nested configurations, J. Algebra 320 (2008), 2583 -- 2593.

[2] S. Murai and T. Hibi, Gotzmann ideals of the polynomial ring, Math. Z. 260 (2008), 629 -- 646.

[3] J. Herzog, T. Hibi and N. V. Trung, Symbolic powers of monomial ideals and vertex cover algebras, Adv. Math. 210 (2007), 304 -- 322.

[4] H. Ohsugi and T. Hibi, Special simplices and Gorenstein toric rings, J. Combin. Theory (Ser. A) 113 (2006), 718 -- 725.

[5] S. Murai and T. Hibi, Gin and lex of certain monomial ideals, Math. Scand. 99 (2006), 76 -- 86.

[学会発表] (計 10 件)

[1] T. Hibi, Old and new results on Ehrhart polynomials of convex polytopes, MIT Combinatorics Seminar, 2009.3.11, Cambridge (USA).

[2] T. Hibi, Groebner basis techniques in algebraic combinatorics, Seminaire, Lotharingien de Combinatoire, 2007.9.23, Bertinoro (Italy).

[3] T. Hibi, Commutative algebra and combinatorics, Commutative Algebra, 2007.9.17, Cortona (Italy).

[4] T. Hibi, Groebner basis techniques in commutative algebra, Workshop on Computational and Combinatorial Commutative Algebra, 2007.8.28, Thessalonik (Greece).

[5] T. Hibi, Quadratic Groebner bases arising from combinatorics, Integer Points in Polyhedra --- Geometry, Number Theory, Representation Theory, Algebra, Optimization, Statistics, 2006.6.20, Snowbird (USA).