

平成 22 年 4 月 6 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18340018

研究課題名 (和文) 3次元多様体のヘガード構造と幾何構造

研究課題名 (英文) Heegaard structures and geometric structures of 3-manifolds

研究代表者

作間 誠 (MAKOTO SAKUMA)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：30178602

研究成果の概要 (和文)：

最も簡単な双曲曲面である穴あきトーラスを深く調べることにより、一般の曲面に関する理解が深まるという信念に従って研究を行い、次の研究成果を得た。(1) 穴あきトーラス擬フックス群に関する Jorgensen 理論の完全な記述と証明を与え、Lecture Note として出版した。(2) 擬アノソフモノドロミーを持つ円周上の穴あきトーラス束に付随して自然に得られる「Cannon-Thurston-Dicks フラクタルタイル張り」と「標準的分割が定めるカスプの三角形分割」、の間に密接な関係があることを証明した。また、それをヒントに一般の円周上の穴あき曲面束の標準的分割に関する予想を提案した。(3) 2橋結び目の橋球面上の本質的単純閉曲線が結び目補空間で可縮となるための必要十分条件を与えた。

研究成果の概要 (英文)：

We have concentrated on the study of the once-punctured torus, the simplest hyperbolic surface, believing that it would bring us to deep understanding of general hyperbolic surfaces, and obtained the following results. (1) We gave a complete description and proof to Jorgensen's theory on quasifuchsian punctured torus groups. (2) We found an intimate relation between the following two tessellations associated with a punctured torus bundles over the circle; the Cannon-Thurston-Dicks fractal tessellation and the cusp triangulation induced by the canonical decomposition. We also proposed a conjecture concerning the canonical decompositions of punctured surface bundles over the circle. (3) We gave a complete characterization of those essential simple loops on the bridge sphere of a 2-bridge knot which are null-homotopic in the knot complement.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	2,100,000	0	2,100,000
2007年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2008年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2009年度	2,200,000	660,000	2,860,000
年度			
総計	8,100,000	1,800,000	9,900,000

研究分野：幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：3次元多様体，ヘガード分解，幾何構造，双曲構造，穴あきトーラス

1. 研究開始当初の背景

ヘガード分解は3次元多様体の最も基本的な構成法であり、本質的トーラス、本質的球面を含む3次元多様体のヘガード分解の位相的研究は進んでいたが、3次元多様体の幾何構造との関係に関しては、まだ殆ど研究が成されていない状況であった。

2. 研究の目的

3次元多様体のヘガード分解と幾何構造の関係の解明することが究極の目標である。

3. 研究の方法

Jorgensen の穴あきトーラス擬フックス群に関する先駆的な未完成の研究を整備し、それを手がかりにして理解を深めるという方法をとった。

4. 研究成果

- (1) Jorgensen 理論の完全な記述と証明.
穴あきトーラス擬フックス群に関する Jorgensen 理論は、多くの研究者に感心をもたれているにもかかわらず、Jorgensen による未完のプレプリントと不十分な解説論文が数編あるだけという状態であった。秋吉宏尚、和田昌昭、山下靖との共同研究により、Jorgensen 理論をきちんと記述し、完全な証明を与えた論文を Springer Lecture Note Series より発表した(図書(1))。これにより Jorgensen 理論の全貌が明らかになり、安心して使えるようになった意義は大きい。
- (2) 穴あきトーラス束に付随する Cannon-Thurston 写像の研究. 擬アノソフモノドロミーを持つ円周上の穴あきトーラス束に付随して、平面上の二つのタイル張りが生じる。一つは標準的分割が導くホロ球面の三角形分割であり、もう一つは Cannon-Thurston-Dicks 分割である。Warren Dicks との共同研究により、この両者の間には非常に自然な関係があることを証明した。
- (3) Ser Peow Tan, 山下靖との共同研究により、Ending lamination 定理の非離散表現への自然な一般化は、そのままでは成立しないことを証明した。
- (4) Donghi Lee との共同研究により、2橋結び目の橋球面上の本質的単純閉曲線が結び目補空間で可縮となるための必要十分条件を与えた。正確には以下の結果を証明した。K(r)を傾き r の2橋絡み目、Sをその2橋分

解が定める絡み目補空間内の4点穴あき球面とする。理想頂点 ∞ またはrを頂点とするフェアイタイル張りの辺に関する鏡映変換全体が生成する群を Γ とする。このとき、S上の傾きsの単純閉曲線が絡み目補空間内で可縮になるための必要十分条件はsが Γ による ∞ またはrの軌道に含まれることである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

- ① Makoto Sakuma and Warren Dicks, On hyperbolic once-punctured torus groups: Comparing two tessellations of the complex plane, *Topology and its applications* 156 (2010), 1873-1899. 査読有り
- ② Makoto Sakuma and Kenneth Shackleton, On the distance between two Seifert surfaces of a knot, *Osaka J. Math.* 46 (2009) 203-221. 査読有り
- ③ Tomotada Ohtsuki and Makoto Sakuma, Epimorphisms among 2-bridge knot groups, *The Zieschang Gedenkschrift, Geometry and Topology Monograph* 14, pp. 417-450, 2008. 査読有り
- ④ Makoto Sakuma, Epimorphisms among 2-bridge knot groups from the view point of markoff maps, *Intelligence of low dimensional topology* 2006, Eds. J. Scott carter etal. Pp.279—286, 2007, World Scientific. 査読有り
- ⑤ Hiroataka Akiyoshi, Hideki Miyachi and Makoto Sakuma, variations of McShane's identity for punctured surface groups, *Proceedings of the workshop "Spaces of Kleinian groups and hyperbolic 3-manifolds"*, Eds. Y. Minsky etal. *London Math. Soc. Lecture Note Series* 329 (2006), 151-185. 査読有り

[学会発表] (計 49 件)

- (1) Makoto Sakuma, Epimorphisms

among 2-bridge knot groups and end invariants of $SL(2, \mathbb{C})$ -representations, 2009年3月19日, 国際研究集会「Swiss Knots」Univ. Fribourg, スイス

(2) Makoto Sakuma, Comparing two tessellations associated with punctured torus bundles over the circle, 2008年10月8日, 国際研究集会「Intelligence of low dimensional topology」大阪市立大学

(3) Makoto Sakuma, On the distance between two Seifert surfaces of a knot, 2007年9月8日, 国際研究集会「Braids, Groups and Manifolds in Toulouse」Univ. Paul Sabatier, フランス

(4) Makoto Sakuma, On the distance between two Seifert surfaces of a knot, 2007年6月19日, 国際会議「Geometry and Topology Conference」北京大学, 中国

(5) Makoto Sakuma, Punctured torus groups and 2-bridge knot groups, 国際研究集会「Analytic aspects of low dimensional geometry」2006年9月15日, Warwick University, 英国

(6) Makoto Sakuma, Epimorphisms between 2-bridge link groups: simple loops on 2-bridge spheres, The 6th East Asian School of Knots and Related Topics, 2010年1月27日, Nankai University, 中国

〔図書〕(計 2件)

(1) Hiroataka Akiyoshi, Makoto Sakuma, Masaaki Wada and Yasushi Yamashita, Punctured torus groups and 2-bridge knot groups, Lecture Notes in Math. 1909, Springer, Berlin, 2007, xlvii+252 pp.

(2) Yair Minsky, Makoto Sakuma and Caroline Series (eds), The spaces of Kleinian groups and hyperbolic 3-manifolds, London Math. Soc. Lecture Notes Series 329, 2006. vii+390pp.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

作間 誠 (SAKUMA MAKOTO)
広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：30178602

(2) 研究分担者

鎌田 聖一 (KAMADA SEIICHI)
広島大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：60254380

永井 敏隆 (NAGAI TOSHITAKA)
広島大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：40112172

松本 堯生 (MATSUMOTO TAKAO)
広島大学・大学院理学研究科・名誉教授
研究者番号：50025467

(3) 連携研究者

梅原 雅顕 (UMEHARA MASAOKI)
大阪大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：90193945

大鹿 健一 (OHSHIKA KEN'ICHI)
大阪大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：70183225

今野 一宏 (KONNO KAZUHIRO)
大阪大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：10186869

満淵 俊樹 (MABUCHI TOSHIKI)
大阪大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：80116102

和田 昌昭 (WADA MASAOKI)
大阪大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：80192821

宮地 秀樹 (MIYACHI HIDEKI)
大阪大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：40385480

小林 毅 (KOBAYASHI TSUYOSHI)
奈良女子大学・理学部・教授
研究者番号：00186751

山下 靖 (YAMASHITA YASUSHI)
奈良女子大学・理学部・教授
研究者番号：70239987

森元 勘治 (MORIMOTO KANJI)
甲南大学・理学部・教授
研究者番号：90200443

中西 敏浩 (NAKANISHI TOSHIHIRO)
島根大学・総合理工学部・教授
研究者番号：00172354

小森 洋平 (KOMORI YOHEI)
大阪市立大学・大学院理学研究科
准教授
研究者番号 : 70264794

秋吉 宏尚 (AKIYOSHI HIROTAKA)
近畿大学・理工学部・准教授
研究者番号 : 80397611