様式C-7-2

自己評価報告書

平成21年4月6日現在

研究種目：基盤研究（B）
研究期間：2006～2010
課題番号：18340019
研究課題名（和文）
ワイエルストラス型表現公式の一般化と特異点をもつ曲面の理論への応用
研究課題名（英文）
Generalizations of Weierstrass-type representation formulae and their applications to the theory of surfaces with singularities

研究代表者
山田　光太郎　（KOTARO YAMADA）
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：10221657

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・幾何学
キーワード：フロント・ワイエルストラス型表現公式・特異点

1. 研究計画の概要

3次元ユークリッド空間の極小曲面には，曲面上の複素解析的データによって曲面を具体的に表す「ワイエルストラス表現公式」が知られている．また，いくつかの幾何学的な対象について類似な公式が既にしられている．これらの公式は「特異点」をある種の一般化された曲面のクラスを具体的に表していることがある．このような状況を，適当な枠組みを設定して考察し，特異点をもつ曲面が微分幾何学の豊かな研究対象であることを示したい．

2. 研究の進捗状況

自然な設定のもとで特異点をもつ曲面のクラスの性質をワイエルストラス型表現公式を用いて調べた．また，特異点を含む曲面の微分幾何学の基礎理論を考察し，あるクラスの曲面に対して特異点の「特異曲率」を導入し，その言葉をもちいて特異点つきの「ガウス・ボンネの定理」を示した．具体的な曲面のクラスに対しては
(1)双曲空間の平坦フロントの理論を整備し，とくに大域的な性質として，Osserman型不等式や端の漸近挙動を考察した．
(2)ミンコフスキー空間の特異点つき極大曲面の理論を整備し，大域的な性質を考察し，完備なケースで　Osserman型不等式が成立することを示した．またこのクラスの曲面のジェネリックな特異点を分類した．

3. 現在までの達成度

(1) 当初の計画以上に進展している。
理由：特異点を許す曲面のクラスが，当初予想していたよりも興味深い性質をもち，研究に価する対象であることが一連の論文の中で明らかにされた．当初期待していたような成果があげられたこともあるが，さらに今後に向けて研究テーマが大きく広がったことを含め「大いに進展」とした．

4．今後の研究の推進方策

現時点で多くの対象を手にしており，それらを詳細に観察するとともに，特異点の微分幾何の基礎理論をさらに整備する．そのために，科学研究費補助金の最終年度申請を行い，このテーマによる研究を継続させていきたい．

5．代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計10件）

① K. Saji, M. Umehara and K. Yamada, Behavior of corank one singular points on weve fronts, Kyushu J. Math. 62 (2008) , 259-280.

② M.Noro, T. Sasaki, K. Yamada and M. Yoshida, Confluence of swallowtail singularities of the hyperbolic Schwarz maps defined by the hypergeometric differential equation, Experimentarl Math. 17 (2008), 191-204

③ T.Sasaki, M. Yoshida and K. Yamada, Hyperbolic Schwarz maps for the hypergeoometric differential equation, Exp. Math. 17 (2008), 269-282.

④ M.Kokubu, W. Rossman, M. Umehara and K. Yamada, Flat fronts in hyperbolic 3-space and their caustics, J. of Math. Soc. Japan 50 (2007), 265–299.

⑤ S. Fujimori, K. Saji, M. Umehara and K. Yamada, Singularities of Maxial surfaces, Math. Z. 259 (2008), 827-848.

すべて査読あり

〔学会発表〕（計13件）

① Asymptotic behavior of flat surfaces in hyperbolic 3-space, June 06,2008, Universidad de Granada

② Spacelike mean curvature one surfaces in de Sitter 3-space, October 11, 2007, Northeastern University, Shenyang

③ Flat fronts in hyperbolic 3-space,August 15, 2007, S. S. Chern Institute of Math., Nankai University, Tianjin

④ Spacelike mean curvature one surfaces in de Sitter 3-space, 2007年7月11日，京都大学数理解析研究所（研究集会）

⑤ Spacelike mean curvautre one surfaces in de Sitter 3-space, May 10, 2007, Universidad de Granada

⑥ Spacelike mean curvature one surfaces in de Sitter 3-space, May 2, 2007, Mathematische Forschungsinstitute Overwolfach.

⑦ Global properties of flat fronts in hyperbolic 3-space, 2006年11月17日，北海道大学

⑧ Flat fronts in hyperbolic 3-space, 2006年11月13日，北海道大学