

平成 21 年 4 月 19 日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006 ～ 2009

課題番号：18340023

研究課題名（和文） 準周期タイリングの数理とその応用

研究課題名（英文） Mathematics of quasi-periodic tilings and their applications

研究代表者 伊藤 俊次 (ITO SHUNJI)

金沢大学・電子情報系・教授

研究者番号：30055321

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：準周期タイリング、Pisot / non-Pisot 数、サブスティテューション、フラクタル、Diophantine 近似

1. 研究計画の概要

諸分野にみられる準結晶（準周期タイリング）の仕組みを、主に力学系の視点からとらえ、解析を試みる。

具体的な研究目的としては、

- (1) Unimodular Pisot substitution から導かれる準周期タイリングの構成とその解析
- (2) Unimodular non-Pisot substitution から導かれる準周期タイリングの構成とその解析
- (3) 自由群上の automorphism から導かれる準周期タイリングの構成とその解析を行うとともに、これらの応用として、
- (4) 離散力学系解析への応用
- (5) Numeration system の諸性質、特に周期点の特徴づけ
- (6) Diophantine 近似論への応用
- (7) Low discrepancy 列解析への応用を目指す。

2. 研究の進捗状況

計画概要の(1)に関連して、unimodular Pisot substitution から生成される準周期タイリングの構成について、既約な場合は最終形に近い成果が伊藤・Rao(2006)によって得られた。以後の課題は、unimodular でない、あるいは既約でない場合での理論化に移ることとなる。計画概要の(2)(3)に関連しては、non-Pisot であってもタイリング substitution がある条件 (A*条件) を満たせば、準周期タイリングが可能であることが、古門・伊藤・Robinson(2006) によってしめさ

れ、non-Pisot の世界の解析方法に道が見えてきた点で、画期的な成果が得られた。これら準周期タイリングの構成理論の応用として、リーマン面上のタイリングに関する話題（榎本・江居・古門・伊藤 2007）や同時近似に関する話題（伊藤・安富 2007）、3 区間交換変換との関連の話題など応用についても、進捗をみる事ができた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

（理由）

「2. 研究の進捗状況」で述べたように、unimodular Pisot 既約 substitution から出発して、準周期的タイリングの構成の成功によって、骨格の理論が完成された。また、non-Pisot substitution (hyperbolic) の場合についても、A*条件を満たすという強い制限ではあるが、タイリングの構成理論ができあがった点で、順調に進展しているといえる。とはいえ、たとえば、unimodular Pisot で可約の場合や unimodular でない場合について、美しい理論が可能であろうかまだ姿が見えてこない。また non-Pisot の場合には、やっとな例をのりこえ、あるクラスの substitution について、その準周期性を生成する十分条件にたどりついたところで、決して充分とはいえない。

4. 今後の研究の推進方策

- (1) Pisot unimodular substitution においては、まず可約の場合について
- (2) non-Pisot unimodular substitution にお

いては、 A^* 条件を満たさないあるクラスについて、準周期タイリングの構成の研究に集中したい。

(3)もとより並行して、automorphism についても議論を進行させたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① 石村光資郎, 伊藤俊次, *Characterization of periodic points of the negative slope algorithm*, Osaka Journal of Mathematics, 45巻, 9 41-963, 2008, 査読有
- ② 伊藤俊次, 安富真一, *On simultaneous Diophantine approximation to periodic points related to modified Jacobi-Perron algorithm*, Advanced Studies in Pure Mathematics, 49巻, 171-184, 2007, 査読有
- ③ Valerie BERTHE, 江居宏美, 伊藤俊次, Hui RAO, *On substitution invariant sturmian words: An application of Rauzy fractals*, Theor. Appl. 41巻, 329-349, 2007, 査読有
- ④ 古門麻貴, 伊藤俊次, E. Arthur R OBINSON, Jr., *Tilings associated with non-Pisot matrices*, Ann. Inst. Fourier, Grenoble 56巻, 2 391-2435, 2006, 査読有
- ⑤ 伊藤俊次, Hui RAO, *Atomic surfaces, tilings and coincidence I. Irreducible case*, Israel J. Math. 153巻, 129-155, 2006, 査読有

[学会発表] (計 5 件)

- ① 古門麻貴, 伊藤俊次, Complex Pisot Numeration Systems, Numeration: Mathematics and Computer Science

Marseille, 2009.3.24, Marseille

- ② 伊藤俊次, Quasi-periodic tilings from non-Pisot unimodular matrices, Mini-Workshop: The Pisot Conjecture - From Substitution Dynamical Systems to Rauzy Fractals and Meyer Sets, 2009.3.3, Oberwolfach
- ③ 伊藤俊次, Tilings generated by non-Pisot group automorphisms and Domain exchange transformations, Combinatorial and Computational aspects of Tilings, 2008.7.30, London
- ④ 伊藤俊次, Complex Pisot Numeration Systems, International Workshop on Fractal Geometry and Ergodic Theory, 2007.11.4, Beijing
- ⑤ 伊藤俊次, Tilings generated by non-Pisot companion matrices, AMS 2007 Spring Southeastern Section Meeting, 2007.3.4, Davidson

[その他]

ホームページアドレス

<http://www.shunjiito.com/>