

平成 21 年 4 月 27 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18340030

研究課題名（和文） 特殊な挙動をする流体の数理的な研究

研究課題名（英文） Mathematical studies on fluid motions under certain conditions

研究代表者

中木 達幸 (NAKAKI TATSUYUKI)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：50172284

研究分野：応用解析学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：流体，数学解析，数値解析，渦運動，多孔質媒体流，緩和振動，不安定性，自由境界問題

1. 研究計画の概要

流体の挙動を数理的な側面から解析する計画であり，一般的な流体を扱うのではなく，次の特殊な状況に特化する。

- (1) 渦点問題：渦点の強さと初期位置にある対称性を仮定した場合を扱い，その挙動の解明を行う。少数の渦点や少数に帰着できる場合を主に扱う。
- (2) 渦層，渦輪，渦領域の問題：弱非線形不安定性の解析や渦構造不安定化の非線形ダイナミクスに関して研究を行う。
- (3) 1～2種類の流体問題：流体の挙動の解析のための数値計算法について，保存すべき物理量の保存性や，効率的かつ自然な界面決定に着目して，数値計算法の開発と研究を行う。また，多孔質媒体流などの界面や移流拡散を有する問題に対する数学的，数値的な研究を行う。

2. 研究の進捗状況

上記の研究計画の概要の番号に対応させて，進捗状況を次に記載する。

- (1) 平面上の渦点群の挙動に関して，7 個の場合にも緩和振動することを発見し，数学的な裏付けをした。5 個の渦点の有限時刻での衝突についての数学的，数値的な結果を得た。また，標準的な数値解法による数値解の中に衝突に関する幻影解を捉え得る例を数値的に示した。球面上の渦点について，N-ring の挙動の力学系の基本構造を明らかにするとともに，非自

己相似衝突解を発見し，縮約理論を用いてカオスの軌道の存在を示した。

- (2) 渦輪の挙動に関して，トポロジー的な拘束のもとで，ある変分によって渦輪の進行速度が得られることを示した。楕円流について弱非線形解析を行い 2 種類の振幅方程式を得た。一定速度で運動する定常渦流れとエネルギーの極大極小性との関係を示し，軸対称渦輪の進行速度の高次補正項を導出した。渦輪の不安定性を非線形領域において捉えることに成功した。ある極限での渦輪の渦度分布の表現と，ある状況での渦輪の進行速度と消滅するまでの移動距離の決定を行った。らせん渦における短波長安定解析による曲率不安定性の存在を示した。
- (3) 流体の Stokes 系に現れる界面問題に対する有限要素法を開発し，その収束性を示した。混ざらない非圧縮性の 2 流体問題に対する高い質量保存性を有する有限要素法について，近似解の誤差評価および収束性を得た。流体問題において頻繁に現れる移流項の性質を拡散項と対比するため，drift-diffusion の一例である走化性モデル方程式について，拡散が小さい場合の軸対称定常解の存在とその安定性を考察し，極限方程式を形式的に求めた。多孔質媒体中の流体の存在範囲に関する数学的な結果を得た。油田の中で石油を押し出す問題に現れる境界を捉えるための数値解法を構成した。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

(理由)

本研究は、6名の研究分担者(平成20年度からは連携研究者)の協力のもと、いくつかの特殊な挙動をする流体問題に関して研究することを目的として、開始された。手法は数理的なものとし、数学、物理学、数値シミュレーションなどを使って行うこととした。研究期間4年のうち、3年を経過した現在、

- (1) 流体の1つの挙動である渦点群に関して、新たに興味深い結果が得られたこと。特に今までに得られた緩和振動、衝突やカオス的な挙動は新たなもので、今後の渦挙動解明に向けた意義と重要性がある。
- (2) 渦や流体の不安定性について、数学的、物理学的な手法を用いて、いくつかの特殊な場合の解析に成功した。
- (3) 数値解法に関して、流体の保存性や自由境界(移動境界, 界面)の再現を主たる目的としたものが開発され、効率的で信頼性がある数値シミュレーションに寄与できた。
- (4) 多孔質媒体流に関して、流体の存在範囲の挙動に関する数学的解析や、自由境界を捉える数値解法の開発が行われた。
- (5) ある移流拡散問題の解の挙動に関する数学的な結果が得られた。

であり、当初計画に即した研究が順調に進んでいるといえるため。

4. 今後の研究の推進方策

本研究は残り1年であり、まとめの段階を迎えている。研究計画の概要に記載した(1)~(3)の項目に関して研究を続行し、今後の課題の整理も含めて、まとめを行いたい。当初計画段階では、研究期間中に、進捗状況によっては、(1)~(3)の再編統合の可能性を考えたが、順調に研究が進んでいることもあり、その必要性はないと判断して、昨年度までの体制で研究を続行する。研究計画の変更あるいは研究を遂行する上での問題点は、現在のところ、認められない。

5. 代表的な研究成果

[雑誌論文] (計31件)

- ① 友枝謙二, 中木達幸, ある拡散現象における解のサポートの反復した分離・融合について, 日本応用数学会論文誌, 査読有, 第19巻, 2009年, 25~37ページ.
- ② Y. Hattori and Y. Fukumoto, Short-wavelength stability analysis of a helical vortex tube, Physics of Fluid, 査読有, 第21巻, 2009年, 014104 (7ページ).
- ③ T. Tsujikawa, Interfacial analysis to

a chemotaxis model equation with growth in three dimension, Advanced Studies in Pure Mathematics, 査読有, 第47巻, 2007年, 785~805ページ.

- ④ K. Ohmori and S. Saito, Flux-free finite element method with Lagrange multipliers for two-fluid flows, Journal of Scientific Computing, 査読有, 第32巻, 2007年, 147~173ページ.
- ⑤ T. Nishida and K. Sugihara, and M. Kimura, Stable marker-particle method for the Voronoi diagram in a flow field, Journal of Computational and Applied Mathematics, 査読有, 第202巻, 2007年, 377~391ページ.

[学会発表] (計22件)

- ① T. Nakaki, A singular limit method of two immiscible fluids in porous media, Algoritmy 2009: Conference on Scientific Computing, 2009年3月19日, Hotel PERMON, Podbanske (スロバキア).
- ② K. Ohmori, Flux-free finite element method for immiscible two-fluid flows, 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 2008年7月1日, Venice (イタリア).
- ③ T. Tsujikawa, Stationary solutions of shadow system for an adsorbate-induced phase transition model, 研究集会「自己相似構造と自己組織化に関する漸近解析」, 2008年9月18日, 京都大学数理解析研究所.
- ④ Y. Fukumoto, Curvature Instability of a vortex ring and a helical vortex tube, XXII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM), 2008年8月26日, Adelaide Convention Center, Adelaide (オーストラリア).
- ⑤ Y. Hattori, Numerical Detection of a New Instability Mode of a Vortex Ring, FEDSM 2005, 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference, 2007年8月1日, Sheraton San Diego Hotel, San Diego (アメリカ).

[図書] (計1件)

- ① 福本康秀, 岩波書店, 技術に生きる現代数学(分担: 第5章「渦を破壊せよ」), 2008年, 総ページ数206(分担分: 133~174ページ).