

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2009

課題番号：18340039

研究課題名（和文） 等質錐と等質ジーゲル領域上の幾何学的調和解析

研究課題名（英文） Geometric harmonic analysis on homogeneous cones and homogeneous Siegel domains

研究代表者

野村 隆昭（NOMURA TAKAAKI）

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号：30135511

研究分野：非可換調和解析学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：解析学，関数解析学，関数論，幾何学，等質開凸錐，ジーゲル領域，調和解析

1. 研究計画の概要

(1) 等質管状領域の対称性と凸錐に付随する基本相対不変式の研究：

等質錐に付随する基本相対不変式の次数のギャップと凸錐の対称性の関係について追求する。

(2) 対称錐に付随するユークリッド型ジョルダン代数におけるクラン構造での右乗法作用素の構造の研究：

等質錐の接空間には，等質錐に単純推移的に作用する分裂型可解リー群を経由して，クランと呼ばれる非結合的代数構造が入る．対称錐の場合，標準的に得られるジョルダン代数構造とこのクラン構造という二つの非結合的代数構造を比べる。

(3) 興味深い非自己双対等質開凸錐の行列による初等的実現の研究：

興味深い基本相対不変式を持つ等質開凸錐の実現，双対錐に線型同型であるが自己双対ではない等質開凸錐について。

2. 研究の進捗状況

(1) 基本相対不変式の比による不等式に関しての管状領域の記述に関して，複素三角群の軌道との関連を追及した．まず，正定値対称行列のなす対称錐で成立する首座小行列式の比の実部に関する不等式が，一般の既約対称錐で，それに付随するユークリッド型ジョルダン代数での首座小行列式を用いることで成立することを示した．この研究は等質錐に付随するクランの複素化における右乗法作用素の行列式の既約因子としての基本相対不変式の特徴付けへと，予想外の方向に

発展した．

(2) 研究(1)の進捗状況の最後に述べた成果により，等質錐に付随するクランでの右乗法作用素の構造の研究の重要性が示された．これに従い，対称錐の場合に，そのユークリッド型ジョルダン代数に付随するクラン構造で右乗法作用素の構造を詳しく解析した．これの帰結として，その右乗法作用素の行列式を計算し，基本相対不変式のべき積によるきれいな公式を得た．

(3) 進捗状況(1)での研究過程で，付随する基本相対不変式の次数のギャップがすべて1でありながら，その等質開凸錐が自己双対でないものの系列を構成した．10次元以下では，線型同型を除いてこのような非自己双対な開凸錐は唯1個しかないことも分類を使った個別撃破により確認している．また，双対錐に線型同型であるが，自身は自己双対ではない等質開凸錐の系列を構成することにも成功した．最低次元のものは7次元であり，金行・辻による10次元以下の等質錐の分類には現れるが，その著者達は論文執筆時には気付いていなかったと思われる．

3. 現在までの達成度

研究計画の概要(1)について：当初の計画以上に進展している．

(理由)

クランの複素化における基本相対不変式の特徴付けに関しては，当初は全く予想していない結果であった．このような本質的な結果を得たことは，当初の計画以上の進展である．

研究計画の概要 (2) について：当初の計画以上に進展している。

(理由)

ユークリッド型ジョルダン代数に付随するクラン構造で右乗法作用素の構造を解明できたことは一定の成果である。しかもその行列式の基本相対不変式による表示は思いのほか綺麗な形であった。

研究計画の概要 (3) について：当初の計画以上に進展している。

(理由)

興味ある開凸錐の例を散在的ではなく、一連の系列で得られたことは大きな成果であった。

4. 今後の研究の推進方策

必ずしも自己双対でない等質開凸錐上の調和解析の建設を目指して、様々なアプローチを試みたい。特に対称錐に近い性質を持つ自己双対でない等質開凸錐の系列を構成したので、その具体例で詳しく解析することを試みる。また研究の進捗状況 (2) で述べたベキ積を、ジョルダン3重系でも得られるのではないかと思っているので追究してみたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

Hideyuki Ishi and Takaaki Nomura, An irreducible homogeneous non-selfdual cone of arbitrary rank linearly isomorphic to the dual cone, In “Infinite Dimensional Harmonic Analysis IV”, 129-134, 2009. (査読有)

Hideyuki Ishi and Takaaki Nomura, Tube domain and an orbit of a complex triangular group, Math. Z., 259(2008), 697-711. (査読有)

Chifune Kai, A characterization of symmetric cones by an order-reversing property of the pseudoinverse maps, J. Math. Soc. Japan, 60 (2008), 1107-1134. (査読有)

Hidenori Fujiwara, Certaines remarques sur l'algebre des operateurs differentiels invariants pour la representation monomiale d'un groupe de Lie nilpotent, Proc. Tunisian Math. Soc., 11 (2007), 37-49. (査読有)

[学会発表] (計5件)

Takaaki Nomura, Right multiplication operators in the clan structure of a Euclidean Jordan algebra, Workshop, Tambov 大学 (Russia), 2009年4月22日.

Takaaki Nomura, Homogeneous convex cones and basic relative invariants, “Hermitian Symmetric Spaces, Jordan Algebras and Related Topics”, Luminy (France), 2008年6月23日.

Hideyuki Ishi, Matrix T-algebras and Jordan algebras, “Hermitian Symmetric Spaces, Jordan Algebras and Related Topics”, Luminy (France), 2008年6月23日.

Chifune Kai, A distinguished bounded realization and a symmetry characterization of homogeneous bounded domains, JSPS-RFBR workshop, 九州大学, 2008年2月18日.

Takaaki Nomura, Tube domains and basic relative invariants, Workshop on Differential Geometry and its Applications, Babes-Bolyai 大学 (Romania), 2007年8月21日：日独セミナー “Infinite-Dimensional Harmonic Analysis”, 東京大学, 2007年9月14日：JSPS-RFBR workshop, Tambov 大学 (Russia), 2007年9月26日.

[その他]

研究代表者ホームページ：

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~tnomura/>