

研究種目：基盤研究（B）  
研究期間：2006-2009  
課題番号：18340040  
研究課題名（和文） 偏微分方程式系における消散構造の特徴付けと非線形安定性解析への応用  
研究課題名（英文） Characterization of dissipative structure for partial differential equations and application to the nonlinear stability analysis  
研究代表者  
川島 秀一（KAWASHIMA SHUICHI）  
九州大学・大学院数理学研究院・教授  
研究者番号：70144631

研究分野：偏微分方程式  
科研費の分科・細目：数学・基礎解析学  
キーワード：偏微分方程式、消散構造、安定性解析

#### 1. 研究計画の概要

本研究の目的は、気体、流体、弾性体等の運動を記述する非線形偏微分方程式系に対し、それらの系に内在する消散構造の的確な特徴付けを与え、そこに現れる非線形振動・波動現象の安定性解析に応用することである。特に、従来の「川島条件」をよりの確に理解することで、これまでの一般論で除外されていた消散構造を解明し、エネルギー評価式や減衰評価式における可微分性の損失が引き起こす困難を克服し、非線形安定性解析に関する新たな応用研究の展望を開くことを目指している。

#### 2. 研究の進捗状況

(1) エントロピーを持つ緩和的雙曲型方程式系に対し、従来の「川島条件」で規定される消散構造の下、通常的时间重み付きエネルギー法を適用し、詳細なエネルギー減衰評価を示した。さらに、対応する線形化方程式系の基本解の減衰評価を利用することで、非線形問題の解のより詳しい漸近挙動を明らかにした。

(2) 半空間において圧縮性 Navier-Stokes 方程式を考察し、そこに現れる様々な非線形波の漸近安定性を示した。特に、空間1次元の半空間においては、希薄波、定常波と希薄波の重ね合わせの安定性を、空間多次元の半空間においては平面定常波の安定性を示した。いずれの結果も、対象とする非線形波のまわりで線形化して得られる系の消散構造の解析と、その消散構造を利用したエネルギー法に基づいている。

(3) 空間1次元の半空間において粘性保存則方程式を考察し、縮退定常波の漸近安定性を、その摂動部分に対する詳細な時間減衰評価とともに示した。この結果は時間・空間重み付きエネルギー法に基づくが、縮退していることに起因する消散構造の脆弱さを克服し最良の評価を得るため、Hardy 型の不等式とその最良定数を利用した。

(4) 消散的 Timoshenko 系、ある双曲・楕円型連立系、消散効果を考慮した板の振動方程式等に対し、その消散構造が可微分性損失型であることを明らかにした。さらに、可微分性の損失が引き起こす困難を克服する方策として、時間重み付きエネルギー法と低階微分に対する最良の減衰評価を併用する手法が、極めて有効であることを明らかにした。その結果として、非線形問題の時間大域解の存在と減衰評価を示した。

#### 3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由)

従来型の消散構造の解析の精密化に加え、可微分性損失型の消散構造の解析では、可微分性の損失が引き起こす困難を克服する方策を確立しつつある。また、縮退定常波の安定性解析では、縮退していることに起因する消散構造の脆弱さを克服する新たな手法を発見することができた。

#### 4. 今後の研究の推進方策

研究は順調に進展していることから、当初の予定通り研究を進める。特に、可微分性損失型の消散構造を有する新たな方程式系を取り上げ、その安定性解析を通して、可微分性の損失が引き起こす困難を克服する方策の確立を目指す。

[その他]

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 20 件)

- ① S. Kawashima, M. Kurata, Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, J. Func. Anal., 257 (2009), 1-19, 査読有
- ② S. Kawashima, W.-A. Yong, Decay estimates for hyperbolic balance laws, J. Anal. Appl., 28 (2009), 1-33, 査読有
- ③ K. Ide, S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type and nonlinear effects for dissipative Timoshenko system, Math. Models Meth. Appl. Sci., 18 (2008), 1001-1025, 査読有

[学会発表] (計 27 件)

- ① S. Kawashima, Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, Workshop Mathematical Fluid Dynamics, Tech. Univ. Darmstadt, Darmstadt, Germany, September 2008.
- ② 川島秀一, 保存則系におけるエントロピーと消散構造, 企画特別講演, 日本数学会年会, 近畿大学理工学部, 2008年3月.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)