

平成22年 5月20日現在

研究種目：基盤研究 (B)
 研究期間：2006 ～ 2009
 課題番号：18340040
 研究課題名 (和文) 偏微分方程式系における消散構造の特徴付けと非線形安定性解析への
 応用
 研究課題名 (英文) Characterization of dissipative structure for partial differential
 equations and application to the nonlinear stability analysis
 研究代表者
 川島 秀一 (KAWASHIMA SHUICHI)
 九州大学・大学院数理学研究院・教授
 研究者番号：70144631

研究成果の概要 (和文)：

気体力学、流体力学、弾性体力学等に現れるいくつかの非線形偏微分方程式系に対し、その消散構造を解明し、様々な非線形現象に対する漸近安定性を示した。

研究成果の概要 (英文)：

We studied nonlinear partial differential equations in the field of gas dynamics, fluid dynamics and elasto-dynamics. We investigated the dissipative properties of the systems and proved the asymptotic stability of various nonlinear phenomena.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	3,000,000	0	3,000,000
2007年度	2,700,000	810,000	3,510,000
2008年度	2,700,000	810,000	3,510,000
2009年度	2,700,000	810,000	3,510,000
年度			
総計	11,100,000	2,430,000	13,530,000

研究分野：偏微分方程式

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：偏微分方程式、消散構造、安定性解析、エネルギー法、減衰評価

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は1980年代の半ば、圧縮性 Navier-Stokes 方程式を含む一般の双曲・放物型方程式系に対し、解のエネルギー減衰を規定する消散構造を純粋に代数的な条件 (安定性条件) によって特徴付けることに成功した。その条件は、そこに現れる拡散波、衝撃波、希薄波等の非線形波の漸近安定性解析において本質的に重要な役割を果たしてきた。類似の特徴付けは、研究代表者によって、離散的 Boltzmann 方程式を含む一般の対称双曲

型方程式系や、輻射気体の方程式を含む一般の対称双曲・楕円型方程式系に対しても一般化され、その条件は非線形波の安定性解析に欠かせないものになっており、今日では研究代表者の名前を取って「川島条件」と呼ばれることもある。

ところが近年、「川島条件」を満たすものの従来の消散構造の一般論の枠内に収まらない具体例が発見された。これは、消散構造と安定性解析に対する新たな研究の端緒を開く発見である。「川島条件」をよりの確に

理解することで、これまでの一般論で除外されてきた消散構造を解明し、非線形安定性問題に応用する際の新たな問題点を克服することが期待されている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、気体、流体、弾性体等の運動を記述する非線形偏微分方程式系に対し、それらの系に内在する消散構造の的確な特徴付けを与え、そこに現れる非線形振動・波動現象の安定性解析に応用することである。特に、従来の「川島条件」をよりの確に理解することで、これまでの一般論で除外されていた消散構造を解明し、エネルギー評価式や減衰評価式における可微分性の損失が引き起こす困難を克服し、非線形安定性解析に関する新たな応用研究の展望を開くことを目指している。

3. 研究の方法

研究代表者、研究分担者、連携研究者との密接な連携体制を構築し、研究が円滑に進むよう努めた。特に、九州大学の定例セミナーである「関数方程式セミナー」や、研究代表者・分担者が主催する研究集会「流体と気体の数学解析」、「非線形の諸問題」、「九州における偏微分方程式研究集会」、「若手のための偏微分方程式と数学解析」等の機会を、研究連絡と研究打ち合わせのために最大限に利用し、共同研究推進の実効性を高めるよう努力した。また、これらのセミナーや国内研究集会に加え、研究代表者が学術委員を務める国際研究集会「Hyperbolic Problems: Theory, Numerics and Applications」や、新たに立ち上げた日中国際研究集会「Japan-China Workshop on Mathematics from Fluid Mechanics」等の機会を利用し、積極的に情報収集と研究交流を図り、研究が円滑に進むよう努めた。

4. 研究成果

得られた研究成果について、項目ごとに記述する。

(1) エントロピーを持つ緩和的双曲型方程式系に対し、従来の「川島条件」で規定される消散構造の下、通常的时间重み付きエネルギー法を適用し、詳細なエネルギー減衰評価を示した。さらに、対応する線形化方程式系の基本解の減衰評価を利用することで、非線形問題の解のより詳しい漸近挙動を明らかにした。

(2) 空間1次元および多次元の半空間において圧縮性 Navier-Stokes 方程式を考察し、そこに現れる様々な非線形波の漸近安定性

を示した。空間1次元の半空間においては、希薄波、定常波と希薄波の重ね合わせの安定性を、空間多次元の半空間においては平面定常波の安定性を示した。いずれの結果も、対象とする非線形波のまわりで線形化して得られる系の消散構造の解析と、その消散構造を利用したエネルギー法に基づいてる。

(3) 空間1次元の半空間において粘性保存則方程式を考察し、様々な非線形波の漸近安定性を示した。

① 縮退定常波に対する漸近安定性を、その摂動部分に対する詳細な時間減衰評価式とともに示した。この結果は時間・空間重み付きエネルギー法に基づくが、縮退していることに起因する消散構造の脆弱さを克服し最良の評価を得るため、Hardy 型の不等式とその最良定数を利用した。さらに、非線形移流項を持つ消散的波動方程式に対しても、縮退定常波の漸近安定性に関する類似の結果を示した。

② 定常波と希薄波の重ね合わせの漸近安定性を、その摂動部分に対する詳細な時間減衰評価式とともに示した。特に、非線形項の凸性を仮定しない場合の結果は時間・空間重み付きエネルギー法に基づくが、空間重みを非線形波を用いて構成した点が斬新である。

(4) 空間多次元の半空間において、非線形移流項付きの消散的波動方程式を考察し、平面定常波が漸近安定であることを、摂動部分に対する精密な時間減衰評価式とともに証明した。証明で用いたエネルギー法は接方向微分と法線方向の重みを巧みに用いたもので、エネルギー法に新たな視点を与えた点に意義がある。

(5) 放物・楕円型方程式系である半導体の drift-diffusion 模型に対し、時間重み付き L^p エネルギー法と熱方程式に対する減衰評価式を適用し、時間大域解の存在と L^p における最良の時間減衰評価を示した。さらに、空間次元が3以上の場合に、その解が時間無限大において線形拡散波に漸近することを、摂動部分に対する精密な L^p 減衰評価式とともに証明した。また、全空間における定常問題を考察し、重み付き L^p 空間において定常解の存在と一意性を示した。存在証明では、Leray-Schauder 型の不動点定理を用いた。

(6) 消散的 Timoshenko 系を考察し、その消散構造が高周波域では極めて弱く、エネルギー評価式の消散項部分および解の減衰評価において可微分性の損失を引き起こすことを、精密な評価式とともに示した。この可微分性の損失に伴う困難を克服するため、時間重み付きエネルギー法と低階微分に対する最良の時間減衰評価を組み合わせる手法を適用し、非線形問題の時間大域解の存在と L^2 における最良の時間減衰評価を示すことに成功した。さらに、その解が時間無限大に

において線形拡散波に漸近することを証明した。

(7) 輻射気体模型に類似した、楕円型部分 m が2階の双曲・楕円型方程式系を考察した。 m が2以上の場合、系の消散構造が可微分性損失型であることを、 m をパラメータとして定量的に表現した。また、時間重み付きエネルギー法と低階微分に対する最良の減衰評価を組み合わせる手法で、対応する非線形問題の時間大域解の存在と、その解の非線形拡散波への漸近収束を証明した。可微分性損失型の消散構造の解明に寄与する成果である。

(8) ある粘弾性体方程式系に対し、その線形化方程式系の消散構造を調べた。摩擦型の消散項と記憶型の消散項の和が系全体を支配する場合に、解の L^2 空間での精密な減衰評価を示した。摩擦型、記憶型いずれか一方のみの消散性を考慮した従来の結果を拡張した点に意義がある。また、消散項の正則性を弱めた場合は、系の消散構造が可微分性損失型であることを明らかにした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 61 件)

- ① Y. Ueda, T. Nakamura and S. Kawashima, Stability of degenerate stationary waves for viscous gases, Arch. Rat. Mech. Anal. (accepted). 査読有
- ② P.M.N. Dharmawardane, J.M. Rivera and S. Kawashima, Decay property for second order hyperbolic systems of viscoelastic materials, J. Math. Anal. Appl., 360 (2010), 621-635. 査読有
- ③ S. Kawashima and W.-A. Yong, Decay estimates for hyperbolic balance laws, J. Anal. Appl., 28 (2009), 1-33. 査読有
- ④ T. Kubo and S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type and nonlinear effects for some hyperbolic-elliptic system, Kyushu J. Math., 63 (2009), 1-21. 査読有
- ⑤ S. Kawashima and P. Zhu, Asymptotic stability of rarefaction wave for the Navier-Stokes equations for a compressible fluid in the half space, Arch. Rat. Mech. Anal., 194 (2009), 105-132. 査読有
- ⑥ R. Kobayashi, M. Kurokiba and S. Kawashima, Stationary solutions to the drift-diffusion model in the whole space, Math. Meth. Appl. Sci., 32 (2009), 640-652. 査読有
- ⑦ 川島 秀一, 緩和的双曲型保存則系の数学解析, 雑誌「数学」61巻3号, (2009年), 248-269. 査読有
- ⑧ S. Kawashima and M. Kurata, Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, J. Func. Anal., 257 (2009), 1-19. 査読有
- ⑨ H. Hataya and S. Kawashima, Decaying solution of the Navier-Stokes flow of infinite volume without surface tension, Nonlinear Analysis, T.M.A., 71 (2009), 2535-2539. 査読有
- ⑩ I. Hashimoto, Y. Ueda and S. Kawashima, Convergence rate to the nonlinear waves for viscous conservation laws on the half line, Methods and Applications of Analysis, 16 (2009), 389-402. 査読有
- ⑪ S. Kawashima, Dissipative structure of regularity-loss type and applications, Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications (S. Benzoni-Gavage, D. Serre, eds.), Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, (2008), 45-57. 査読有
- ⑫ Y. Ueda, T. Nakamura and S. Kawashima, Stability of planar stationary waves for damped wave equations with nonlinear convection in multi-dimensional half space, Kinetic and Related Models, 1 (2008), 49-64. 査読有
- ⑬ K. Ide, K. Haramoto and S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type for dissipative Timoshenko system, Math. Models Meth. Appl. Sci., 18 (2008), 647-667. 査読有
- ⑭ K. Ide and S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type and nonlinear effects for dissipative Timoshenko system, Math. Models Meth. Appl. Sci., 18 (2008), 1001-1025. 査読有
- ⑮ S. Kawashima and P. Zhu, Asymptotic stability of nonlinear wave for the compressible Navier-Stokes equations in the half space, J. Diff. Equations, 244 (2008), 3151-3179. 査読有
- ⑯ R. Kobayashi and S. Kawashima, Decay estimates and large time behavior of solutions to the drift-diffusion system, Funkcialaj Ekvacioj, 51 (2008), 371-394. 査読有
- ⑰ Y. Ueda and S. Kawashima, Large time behavior of solutions to a semilinear hyperbolic system with relaxation, J. Hyperbolic Differential Equations, 4 (2007), 147-179. 査読有
- ⑱ Y. Kagei and S. Kawashima, Local solvability of an initial boundary value

problem for a quasilinear hyperbolic-parabolic system, J. Hyperbolic Differential Equations, 3 (2006), 195-232. 査読有

- ⑬ Y. Kagei and S. Kawashima, Stability of planar stationary solutions to the compressible Navier-Stokes equation on the half space, Commun. Math. Phys., 266 (2006), 401-430. 査読有
- ⑭ T. Hosono and S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type and application to some nonlinear hyperbolic-elliptic system, Math. Models Meth. Appl. Sci., 16 (2006), 1839-1859. 査読有

[学会発表] (計 126 件)

- ① P. M. N. Dharmawardane, 川島 秀一, Decay property for hyperbolic systems of viscoelasticity, 日本数学会年会, 慶応大学, 2010年3月27日. (発表者: P. M. N. Dharmawardane)
- ② 劉 永琴, 川島 秀一, Asymptotic behavior of solutions to a model system of a radiating gas, 日本数学会年会, 慶応大学, 2010年3月27日. (発表者: 劉 永琴)
- ③ S. Kawashima, On some hyperbolic-type equations with dissipation, Seminar at Department of Mathematics, Politecnico di Torino, Torino, Italy, March 2, 2010.
- ④ S. Kawashima, Decay structure for systems of viscoelasticity, Mathematical Analysis on the Navier-Stokes Equations and Related Topics, Past and Future -- In memory of Professor Tetsuro Miyakawa, 神戸大学 瀧川記念学術会館, 2009年12月7日-9日.
- ⑤ 川島 秀一, Decay properties for hyperbolic equations, 北九州地区における偏微分方程式研究集会, 九州工業大学, 2009年11月28日.
- ⑥ 川島 秀一, Decay property for hyperbolic systems of viscoelasticity, 偏微分方程式の諸問題, 東海大学理学部, 2009年10月31日-11月1日.
- ⑦ 川島 秀一, 偏微分方程式の消散構造とエネルギー減衰, 京都大学数学教室談話会, 京都大学理学部, 2009年10月14日.
- ⑧ 劉 永琴, 川島 秀一, Global existence and asymptotic behavior of solutions for quasi-linear dissipative plate equation, 日本数学会秋季総合分科会, 大阪大学, 2009年9月27日. (発表者: 劉 永琴)
- ⑨ 川島 秀一, Decay property for a dissipative plate equation, 奈良女子大学偏微分方程式研究集会, 奈良女子大学理学部, 2009年6月27日-28日.
- ⑩ 川島 秀一, Hardy の不等式と安定性解析, 東北大学数学教室談話会, 東北大学理学部, 2009年6月1日.
- ⑪ 川島 秀一, Hardy type inequalities, 北九州地区における偏微分方程式研究集会, 九州工業大学, 2008年11月.
- ⑫ 中村 徹, 西畑 伸也, 川島 秀一, P. Zhu, 半直線上の熱伝導圧縮性粘性流体の定常解について, 日本数学会秋季総合分科会, 東京工業大学, 2008年9月. (発表者: 中村 徹)
- ⑬ S. Kawashima, Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, Workshop Mathematical Fluid Dynamics, Tech. Univ. Darmstadt, Darmstadt, Germany, September 2008.
- ⑭ S. Kawashima, Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, Seminar at BCAM (Basque Center for Applied Mathematics), Bilbao, Spain, September 2008.
- ⑮ 川島 秀一, A Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, 研究集会「流体と気体の数学解析」, 京都大学数理解析研究所, 2008年7月.
- ⑯ 川島 秀一, 保存則系におけるエントロピーと消散構造, 企画特別講演, 日本数学会年会, 近畿大学理工学部, 2008年3月.
- ⑰ 上田 好寛, 川島 秀一, 橋本 伊都子, 単独粘性保存則に対するある初期値境界値問題の解の漸近評価について, 日本数学会年会, 近畿大学理工学部, 2008年3月. (発表者: 橋本 伊都子)
- ⑱ 上田 好寛, 中村 徹, 川島 秀一, 消散型移流波動方程式の多次元半空間における平面定常波の安定性 (II), 日本数学会年会, 近畿大学理工学部, 2008年3月. (発表者: 上田 好寛)
- ⑲ S. Kawashima, Hardy type inequality and application to the stability of degenerate stationary waves, Seminar at National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, March 2008.
- ⑳ 川島 秀一, 消散構造を持つ非線形偏微分方程式系の解の漸近挙動, 九州非線形偏微分方程式冬の学校, 九州大学理学部, 2007年12月.
- (21) 川島 秀一, 第19回北九州地区における偏微分方程式研究会, Hardy type inequality and application, 西日本工業大学, 2007年11月.
- (22) S. Kawashima, Drift-diffusion model for semiconductor, DMHF 2007: COE

Conference on the Development of Dynamic Mathematics with High Functionality, Fukuoka Recent Hotel, Fukuoka, Japan, October 2007.

- (23) 川島 秀一, 黒木場 正城, 小林 遼, Existence of stationary solutions to drift-diffusion model for a semiconductor, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 2007年9月. (発表者: 小林 遼)
- (24) 上田 好寛, 中村 徹, 川島 秀一, 消散型移流波動方程式の多次元半空間における平面定常波の安定性, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 2007年9月. (発表者: 上田 好寛)
- (25) S. Kawashima, Stability of degenerate stationary waves for viscous conservation laws, The Second Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations: Analysis, Computation and Application, Seoul National University, Seoul, Republic of Korea, May-June 2007.
- (26) 川島 秀一, 小林 遼, Drift-diffusion型モデルの解の減衰評価と漸近挙動について, 日本数学会年会, 埼玉大学, 2007年3月. (発表者: 小林 遼)
- (27) 上田 好寛, 中村 徹, 川島 秀一, 粘性気体に現れる縮退定常波の漸近安定性, 日本数学会年会, 埼玉大学, 2007年3月. (発表者: 上田 好寛)
- (28) 川島 秀一, Asymptotic stability of stationary waves for viscous conservation laws, 発展方程式シンポジウム, 東海大学湘南校舎, 2007年3月.
- (29) S. Kawashima, Asymptotic stability of stationary waves for viscous conservation laws, Workshop on Mathematical Analysis on Nonlinear Phenomena, Keio University, Yokohama, Japan, December 2006.
- (30) 川島 秀一, Stability of degenerate stationary waves for viscous gases, 第4回浜松偏微分方程式研究集会, 静岡大学工学部, 2006年12月.
- (31) S. Kawashima, Dissipative structure of regularity-loss type and applications, Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics and Applications, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, France, July 2006.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川島 秀一 (KAWASHIMA SHUICHI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 70144631

(2) 研究分担者

隠居 良行 (KAGEI YOSHIYUKI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 80243913

(3) 連携研究者

小川 卓克 (OGAWA TAKAYOSHI)
東北大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号: 20224107
小林 孝行 (KOBAYASHI TAKAYUKI)
佐賀大学・理工学部・教授
研究者番号: 50272133
西畑 伸也 (NISHIBATA SHINYA)
東京工業大学・大学院情報理工学研究科・
准教授
研究者番号: 80279299