

平成 21 年 5 月 15 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006 年～2009 年

課題番号：18340043

研究課題名 (和文) 実関数論の手法による調和解析とその応用

研究課題名 (英文) Harmonic analysis by real variable methods and its applications

研究代表者 宮地 晶彦 (MIYACHI AKIHIKO)

東京女子大学・文理学部・教授

研究者番号：60107696

研究分野：数学、解析学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：実解析、関数解析、特異積分、関数空間、擬微分作用素

## 1. 研究計画の概要

(1) 最大関数を用いる実関数論の方法によってユークリッド空間の領域上で Hardy 空間および重み付きの Hardy 空間を定式化し、アトム分解や変数変換などの基本的な性質を確立して、調和解析の問題に応用する。

(2) 関数のフーリエ変換を分割することによって定義されるモデキュレーション空間の性質を調べ、フーリエ乗子作用素や擬微分作用素の有界性やコンパクト性などの性質の研究に応用する。

(3) 楕円型偏微分方程式の境界値問題に重み付き Hardy 空間を応用して方程式の解の新しい評価を示す。

(4) 積分核が滑らかさを持たない場合の特異積分作用素や、同様の核を用いて定義される Littlewood-Paley 関数、ユークリッド空間の多様体に沿った特異積分など、一般的な特異積分作用素の性質を詳しく調べる。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 領域上の Hardy 空間の研究は、最大関数による特徴づけ、変数変換や関数の掛け算に関する性質など、基本的な性質をほぼ満足できるくらいまで確立した。さらにこれを応用して、Jacobi 級数の移植定理などに関する結果を得た。

(2) モデキュレーション空間の性質として、局所 Hardy 空間とモデキュレーション空間との間に埋め込みが成り立つ場合を決定することができた。実関数論の振動積分の評価法を用いて Schrödinger 型の Fourier 乗子作用素を調べ、それらの作用素が重み付きモデキュレーション空間で有界となる場合の重みのオーダーを決定した。また、擬微分作用素の

研究にモデキュレーション空間と wavelet 理論の Gabor フレームとを利用して、擬微分作用素が Schatten 族に属するための条件としてこれまでに知られていた条件を改良した。

(3) 楕円型偏微分方程式の境界値問題に重み付き Hardy 空間を応用する研究は、基本的には 1 変数の直交級数の研究に用いた方法が利用できることが予想されるが、具体的な細かな問題点は現在、研究を進めている途中である。特に、領域の境界が滑らかでない場合について、Hardy 空間の性質を保存する変数変換を構成したり、偏微分作用素の解を表示する積分核の精密な評価をしたりすることなどに、未解決の問題点がいくつかある。

(4) 一般的な特異積分の性質の研究では、2006 - 2007 年度に研究分担者であった佐藤秀一を中心とした研究により、ある種の曲面に沿った特積分、特異 Radon 変換の性質の解明、特異積分の最大作用素の重み付き評価などに成果が得られた。

## 3. 現在までの達成度

(1): おおむね順調に進展している。ほぼ当初の計画通りに研究が進捗し、期待した程度のよい成果が得られている。とくに Jacobi 級数の移植定理と超球多項式から定義される Hardy 空間の研究において、区間上の重み付き Hardy 空間が有効に利用できた。

(2): おおむね順調に進展している。いくつかの興味深い成果が得られており、当初の計画の目標はほぼ達成している。しかし、これまでの研究により、モデキュレーション空間を用いる方法は、当初の計画していたものよりもさらに多くの新しい成果が得られる方法だと予想されるようになった。この分野

には調和解析の深い問題がなお多く残されていると考えられる。

(3): やや遅れている。

研究の道筋の大まかな見通しはあるものの、具体的な成果はほとんど得られていない。この部分は計画よりも研究が遅れている。

(4): おおむね順調に親展している。

概ね順調に研究が進展し、期待される成果が得られた。

#### 4. 今後の研究の推進方策

上記の(2)と(3)に関する研究を進めたい。(2)については、モデュレーション空間を偏微分方程式に応用することに関する研究について情報を収集することと、モデュレーション空間の定義に現れる1の分解を固定せずに、作用素や関数に応じて周波数領域を分割する実関数論の方法を利用する研究を進める。(3)に関しては、楕円型偏微分方程式の研究者やポテンシャル論および函数論の研究者との間に研究交流を広げ、新しい手法と研究情報の吸収を行う。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

(1) Akihiko Miyachi, Change of variables for weighted Hardy spaces on a domain, to appear in Hokkaido Mathematical Journal. 査読有。

(2) Akihiko Miyachi, Fabio Nicola, Silvia Rivetti, Anita Tabacco, and Naohito Tomita, Estimates for unimodular Fourier multipliers on modulation spaces, to appear in Proceedings of the American Mathematical Society. 査読有。

(3) Yasuo Komori and Satoru Shirai, Weighted Morrey spaces and a singular integral operator, Mathematische Nachrichten, 282(2009), 219-231. 査読有。

(4) Shuichi Sato, Weighted estimates for maximal functions associated with Fourier multipliers, Studia Sci. Math. Hungarica, 44(2007), 317--330. 査読有。

(5) Akihiko Miyachi, Transplantation theorem for Jacobi series in weighted Hardy spaces, II, Mathematische Annalen, 336(2006), 111--153. 査読有。

[学会発表](計5件)

(1) Yasuo Komori, Pseudo-differential operators on Hardy spaces, Harmonic Analysis and its Applications at Tokyo 2008, 2008年10月10日, 首都大学東京

(2) Yuichi Kanjin, Paley's inequality of

integral transform type, Harmonic Analysis and Orthogonal Systems, 2007年11月23日, La Cristalera (The residence of the Universidad Autonoma de Madrid), Miraflores de La Sierra, Madrid, Spain.

(3) 佐藤秀一,  $L^p$  estimates for singular Radon transforms and extrapolation, Harmonic Analysis and its Applications at Sapporo 2007, 2007年9月4日, 北海道大学理学部。

(4) 立澤一哉, Wavelet characterization of weighted spaces, 研究集会「調和解析と非線形偏微分方程式」, 2007年7月10日, 京都大学数理解析研究所。

(5) 白井悟, 小森康雄, Weighted Morrey spaces and maximal operator, 日本数学会秋季総合分科会, 実関数論分科会, 2006年9月21日, 大阪市立大学。

[図書](計1件)

宮地晶彦・藪田公三・中路貴彦・佐藤圓治・田中仁著、『古典調和解析』、解析学百科1、朝倉書店、2008年、総ページ数383ページ。

以上