

平成22年5月7日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2009

課題番号：18340045

研究課題名（和文） エネルギー消散を伴う非線形現象の力学系と安定性理論の研究

研究課題名（英文） Studies on dynamical systems of nonlinear phenomena with energy dissipation and the theory of stability

研究代表者

剣持 信幸（KENMOCHI NOBUYUKI）

千葉大学・教育学部・教授

研究者番号：00033887

研究成果の概要（和文）：環境問題等、人間生活に深く関わる非線形で複雑な現象のメカニズムの解明を目的とした数学理論の構築と、その活用を物質科学・生命科学に現れる具体的な問題を対象に試みた。本研究の過程で、新しい数学理論が展開され、それにより幾つかの未解決問題への有効なアプローチが見つかった。これは、本研究の最も大きい成果と言える。さらに、この新しい数学理論は、それを基盤とした「生活数学」の創生へ発展している。

研究成果の概要（英文）：We tried to construct a new mathematical theory for clarifying the mechanisms of nonlinear and complex phenomena in the real world and to make use of it to handle some concrete problems arising in the material and life science. In fact, our new mathematical theory provided an effective approach for some open questions. This is one of the most important achievements in this research, and the so-called “Life Mathematics” has been evolved in the same framework.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2007年度	2,500,000	750,000	3,250,000
2008年度	2,500,000	750,000	3,250,000
2009年度	2,800,000	840,000	3,640,000
度			
総計	10,400,000	3,120,000	13,520,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：エネルギー消散、非線形現象、相転移、力学系、変分不等式

1. 研究開始当初の背景

自然環境のみならず社会構造も含め、急速に変化している現在の状況をみると、その発展を支える科学の法則や方法も考え直さなければならない時期にさしかかっている。このような背景から、本研究では、特に物質・生命・生活科学に的を絞って、数理科学の立場から、新数学基礎理論の構築を進めながら数多い非線形現象の内、

(1) 自由境界を形成しながら時間と共に発

展する現象、

- (2) 微視的スケールからみた相転移現象、
 (3) 物質の衝突や疲労による破壊現象、
 (4) 混合物における形状記憶現象とヒステリシス現象、
 (5) 「生活数学」の創生とサービス科学への寄与、
 等を取り上げ、総合的な立場から研究を行う計画を立てた。

2. 研究の目的

上記の非線形現象(1) - (4)は熱力学の立場からみると、エネルギー消散を伴う非線形現象としてまとめることができ、数学的にはある種の2重非線形発展方程式(変分不等式)系として捉えることができる。

諸現象をより総合的にかつ現実的な立場から改めて見直し、新しい数学モデルの提案と共にそれらの数学理論の構築を行うことを目的とした。本研究では年次を追って、次のことを行った。

(1) 新数学モデルの提案: 様々な相転移現象の数学モデルをよりリアルなものにするために、これまで必要性は指摘されながらも、数学的記述方法の難しさから敬遠されてきた要素、例えば、物質の移流、相転移の不可逆性やヒステリシス性等も考慮した新しい数学モデルを提案する。

(2) 非線形作用素論の開発: 非線形現象の新数学モデルの記述には、プロセスの不可逆性・ヒステリシス性等、極めて非線形性の高い複雑な出・入力関係を関数として表現する必要がある。そのための非線形作用素論(凸関数の劣微分作用素、多価単調型作用素論等)の開発研究を行う。この研究は本計画において重要な位置を占める。

(3) 発展方程式論の開発: 新しい数学的道具を用いて表現された自由エネルギー汎関数の設定は、現象を改めてリアルな視点から見直すことによりなされる。その上で熱力学や流体力学の基本法則に従って(自由)エネルギー汎関数から導出される非線形発展方程式・不等式の可解性についての新理論を展開する。

(4) 関連する力学系理論の開発: 上記の非線形発展方程式・変分不等式の可解性では、解の一意性を数学的理論の枠組みで期待することは極めて難しい。従って、力学系の多価性も含め展開する必要がある。従来の力学系理論との相違点を明らかにしながら、その大域的解析、特に安定性理論の新展開を目指す。

(5) 付随する最適制御問題の提案と数値シミュレーション: 現在の高度先端科学・技術社会を支えるために必要な基礎科学研究では、関連する最適制御問題の理論研究とその数値シミュレーションも大切である。本研究では、相転移現象の界面の位置、形状記憶合金では形状の設計等の最適制御問題を扱い、計算アルゴリズムの確立から着手し、数値実験を行う。また、その結果から諸モデルの妥当性を検証する。

(6) 得られた研究成果の社会への還元: 上記(1) - (5)の研究はもっぱら数学基礎理論の構築を主として行っているが、これらを現実社会の諸問題(特に物質科学、生命科学、生活科学に現れる具体的な問

題)に適応し、本研究の有用性を検証する。最終的には、新しい数学の概念「生活数学」を創出する。

3. 研究の方法

本研究の遂行に当たって、役割によって、研究代表者・分担者・(海外研究協力者)を次の5グループに分けた。

(S) 研究全体の総括と調整: 剣持

(G1) 物質科学からの考察: 剣持、大春、愛木、深尾、(M. Fremond, A. Damlamian)

(G2) 非線形関数解析からの考察: 剣持、愛木、白川、(P. Colli, A. Visintin)

(G3) 抽象力学系理論からの考察: 剣持、大谷、伊藤、山崎、(J. Sprekels)

(G4) コンピュータ・情報科学からの考察: 剣持、角谷、今井、(K.-H. Hoffmann、M. Niezgodka)

各グループは、お互いに情報の交換をしながら、それぞれの役割分担の中で、相転移現象、破壊のプロセス、形状記憶合金の記憶メカニズムを、エネルギー消散を伴う非線形現象の立場から統一的に扱った。その内容は次の(1) - (4)にまとめられる。

(1) 空間大域的な立場から非線形現象を見直し、より現実にあった数理モデルをつくる。そのために、物質科学の実験・観察・分析にも踏み込んで研究の方向を検討した。

(2) 非線形現象の数学的記述では、非線形作用素論がその威力を発揮する。多価作用素の有効利用を念頭に非線形現象モデルに必要な非線形作用素論とそれが働く関数空間の開発研究を行った。

(3) 現実の現象から研究対象として何が重要かを評価し、考察すべき要素の数学的記述(パラメーターの設定)を行い、さらに、それらを含む非線形抽象発展方程式・不等式理論を展開した。また、付随する力学系の安定性理論の構築も行った。対象の非線形現象の複雑性から、力学系も多価作用素による表現が必要になる等、これまでの力学系理論の枠組みをはるかに超えたものである。

(4) 研究成果を社会に還元(現実世界の非線形現象の数学的処理に応用)するため、様々な非線形現象に関連した最適制御問題の提案と数値実験を実行した。具体的には、破壊問題では建造物の破壊の時期の予測、2成分混合物の成分分離問題では、パターンの制御(半導体精製に応用)、合金の最適形状設計等の問題への応用を目指した。

4. 研究成果

本計画の当初の目標は、次の3点(1) - (4)によりほぼ達成されたと考えられる。

(1) 数学における新理論の構築: 近年、我々の生活空間に現れる超複雑系非線形問題

の解明には、新しい数学理論が必要である。そのための基礎研究として、2重非線形発展方程式理論、仮似変分不等式理論の開発に成功した。

(2) 上記の2つの新理論により、これまで数学的なアプローチが困難であった問題へのそれが可能になった。たとえば、流れを伴う物質の相転移現象モデル、粘性のある物質の破壊現象モデル、結晶粒の運動方程式の可解性があげられる。

(3) 研究成果はすべて、国際的なレベルの会議や学術雑誌で発表され、厳しい審査を受け評価されている。

(4) 本研究課題を通じて得られた一連の研究は、我々の日常生活に密着した新しい数学の分野(仮称「生活数学」)の必要性を示唆している。これは、今後の非線形解析学研究の一つの方向性を与えるもので、更なる発展が期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 45 件)

- ① T. Aiki, A. Muntean, Mathematical treatment of concrete carbonation process -- a moving one-phase approach, *Gakuto Intern. Ser. Math. Sci. Appl.*, Vol. 32, pp. 231-238, 2010, 査読有.
- ② T. Fukao, M. Kubo, Global attractor of double obstacle problem in thermo-hydraulics, *Gakuto Intern. Ser. Math. Sci. Appl.*, Vol. 32, pp. 273-287, 2010, 査読有.
- ③ A. Kadoya, A. Ito, K. Shirakawa, Optimal control problems for regional economic trends, *Gakuto Intern. Ser. Math. Sci. Appl.*, Vol. 32, pp. 327-340, 2010, 査読有.
- ④ N. Kenmochi, N. Yamazaki, Large-time behavior of solutions to a phase-field model of grain boundary motion with constraint, *Gakuto Intern. Ser. Math. Sci. Appl.*, Vol. 32, pp. 389-403, 2010, 査読有.
- ⑤ K. Shirakawa, Two-dimensional steady-state solutions anisotropic total variation flows associated with phase transitions, *Gakuto Intern. Ser. Math. Sci. Appl.*, Vol. 32, pp. 483-504, 2010, 査読有.
- ⑥ R. Kano, N. Kenmochi, Y. Murase, Nonlinear evolution equations generated by subdifferentials with nonlocal constraints, pp. 175-194 in "Nonlocal and Abstract Parabolic Equations and their Applications", Banach Center Publ., Vol.86, Polish Acad. Sci., Inst. Math., 2009, 査読有.
- ⑦ Y. Murase, R. Kano, N. Kenmochi: Elliptic quasi-variational inequalities and applications, *Discrete & Continuous Dynamical Systems-Supplement*, pp. 583-591, 2009, 査読有.
- ⑧ A. Ito, N. Kenmochi, N. Yamazaki, Weak solutions of grain boundary motion model with singularity, *Rendiconti di Mat.*, Ser. VII, Univ. di Roma, Italy, Vol.29, pp. 51-63, 2009, 査読有.
- ⑨ T. Aiki, A. Muntean: Existence and uniqueness of solutions to a mathematical model predicting service life of concrete structures, *Adv. Math. Sci. Appl.*, Vol.19, pp. 109-129, 2009, 査読有.
- ⑩ M. Cytowski, A. Ito, M. Niezgodka, Uniqueness and local existence of solutions to an approximate system of a 1D simplified tumor invasion model, pp. 45-58, in "Nonlocal and Abstract Parabolic Equations and their Applications", Banach Center Publ., Vol. 86, Polish Acad. Sci., Inst. Math., 2009, 査読有.
- ⑪ K. Shirakawa: Continuous dependence for solution classes of Euler-Lagrange equations generated by linear growth energies, pp. 287-302 in "Nonlocal and Abstract Parabolic Equations and their Applications", Banach Center Publ., Vol. 86, Polish Acad. Sci., Inst. Math., 2009, 査読有.
- ⑫ A. Ito, N. Kenmochi, N. Yamazaki: A phase-field model of grain boundary motion, *Appl. Math.*, Vol. 53, pp. 433-454, 2008, 査読有.
- ⑬ T. Aiki, J. Kopfova, A mathematical model for bacteria growth, T. Aiki, J. Kopfova, pp. 1-10 in "Recent Advances in Nonlinear Analysis", ed. M. Chipot, C.-S. Lin and D.-H. Tsai, World Scientific, 2008, 査読有.
- ⑭ T. Fukao, Free boundary problems of the nonlinear heat equations coupled with Navier-Stokes equations, pp. 67-76 in "Recent Advances in Nonlinear Analysis", ed. M. Chipot, C.-S. Lin and D.-H. Tsai, World Scientific, 2008, 査読有.
- ⑮ R. Kano, N. Kenmochi, Y. Murase, A class of doubly nonlinear evolution equations in Hilbert spaces, *Adv. Math. Sci. Appl.*, Vol. 18, pp. 381-399, 2008, 査読有.
- ⑯ A. Ito, T. Suzuki, Asymptotic behavior of

the solution to the non-isothermal phase separation, *Nonlinear Analysis*, Vol. 68, pp.1825-1843, 2008, 査読有.

- ⑰ A. Ito, N. Kenmochi, M. Niezgodka, Phase separation model of Penrose-Fife type with Signorini boundary condition, *Adv. Math. Sci. Appl.*, Vol.17, pp.337-356, 2007, 査読有.
- ⑱ T. Aiki, A free boundary problem for an elastic material, *Dynamical Systems, Applications, supplement*, 2007, AIMS, pp.10-17, 2007, 査読有.
- ⑲ M. Fremond, N. Kenmochi, Damage problems for viscous locking materials, *Adv. Math. Sci. Appl.*, Vol.16, pp.697-716, 2006, 査読有.
- ⑳ K. Shirakawa, A. Ito, A. Kadoya, Solvability for a PDE model of regional economic trend, pp.403-412 in "Free Boundary Problems: Theory and Applications", ISNM Vol.154, 2006, 査読有.

[学会発表] (計 18 件)

- ① N. Kenmochi, Dynamical system associated with grain boundary motion, Conference on "Evolution Equations, Related Topics and Applications", September 7-12, 2009, Munich, Germany.
- ② N. Kenmochi, A model of grain boundary motion, *Perspectives in PDEs*, June 24-26, 2009, Univ. Roma "LaSapienza", Italy.
- ③ N. Kenmochi, A class of quasi-variational inequalities for phase transitions, Workshop on "PDE Approximations in Fast Reaction-Slow Diffusion Scenario", November 10-14, 2008, Netherlands.
- ④ N. Kenmochi, A variational inequality for grain boundary motion, Workshop on "Phase Transitions and Optimal Control", October 23-25, 2008, Berlin, WIAS, Germany.
- ⑤ N. Kenmochi, Some remarks on quasi-variational problems, WCNA2008 Minisymposia (Nonlinear Evolution Equations, Applications and Related Topics), July 2-9, 2008, Orland, USA.
- ⑥ N. Kenmochi, Quasi-variational evolution problems, The 7th AIMS, Session on Nonlinear Evolution Equations and Related Topics, Arlington, Texas, USA, May 18-21, 2008.
- ⑦ N. Kenmochi, Recent development of evolution equations in free boundary problems, Symposium in honour of Prof. K.-H. Hoffmann, Technical University of

Munich, October 11-12, 2007, Munich, Germany.

- ⑧ N. Kenmochi, Recent development of parabolic variational inequalities, Workshop on Nonlocal and Abstract Parabolic Equations and their Applications, June24-30, 2007, Bedlewo, Poland,
- ⑨ N. Kenmochi, A class of doubly nonlinear evolution equations in Hilbert spaces, NCTS International Conference on Nonlinear Analysis, NCTS, November 20-25, 2006, Hsinchu, Taiwan.
- ⑩ N. Kenmochi, A class of doubly nonlinear systems for phase transitions, The 6th AIMS, Session on Dynamical Systems Associated with Nonlinear Phenomena with Energy Dissipation, June 25-28, 2006, Poitiers, France.

[図書] (計 2 件)

- ① 愛木 豊彦、剣持 信幸、(他 2 名) : Nonlinear evolution equations, related topics and applications, *Gakuto International Series, Mathematical Sciences and Applications*, Vol.32, 2010, 517 ページ
- ② P. Colli, 剣持 信幸 (他 3 名) : Nonlinear phenomena with energy dissipation: Mathematical analysis, modeling and simulation, *Gakuto International Series, Mathematical Sciences and Applications*, Vol.29, 2008, 475 ページ

6. 研究組織

(1) 研究代表者

剣持 信幸 (KENMOCHI NOBUYUKI)
千葉大学・教育学部・教授
研究者番号: 00033887

(2) 研究分担者

伊藤 昭夫 (ITO AKIO)
近畿大学・工学部・准教授
研究者番号: 30303506

(3) 連携研究者

大春 慎之助 (OHARU SHINNOSUKE)
中央大学・理工学部・教授
研究者番号: 40063721
大谷 光春 (OTANI MITSU HARU)
早稲田大学・理工学術院・教授
研究者番号: 30119656
今井 仁司 (IMAI HOTOSHI)
徳島大学・工学部・教授
研究者番号: 80203298
角谷 敦 (KADOYA ATSUSHI)
広島修道大学・経済科学学部・教授

研究者番号：60248284

愛木 豊彦 (AIKI TOYOHICO)

岐阜大学・教育学部・准教授

研究者番号：90231745

白川 健 (SHIRAKAWA KEN)

神戸大学・工学部・准教授

研究者番号：50349809

深尾 武史 (FUKAO TAKESHI)

京都教育大学・教育学部・准教授

研究者番号：00390469

山崎 教昭 (YAMAZAKI NORIAKI)

神奈川大学・工学部・准教授

研究者番号：90333658