

平成 21 年 5 月 11 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：平成 18 年度～平成 21 年度

課題番号：18340048

研究課題名(和文) 実および複素力学系の複素解析的研究

研究課題名(英文) Complex analytic study of real and complex dynamical systems

研究代表者

宍倉 光広 (SHISHIKURA MITSUHIRO)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：70192606

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：力学系、カオス、分岐、くりこみ

## 1. 研究計画の概要

実力学系と複素力学系は単に実関数の複素化あるいは複素関数の実への制限という以上に密接に関係を持っている。本研究ではその関係を実と複素両面から研究することを目標とする。たとえば、後述するくりこみ理論では、有限回しか微分可能でない系を考えても、それがあつた種の分岐現象の臨界パラメータにおいては、その小さな部分集合へ制限した再帰写像を考えるくりこみの操作により、本質的に(スケール変換をした極限をとると)実解析的(しかもその複素への拡張は比較的大きな定義域をもつ)になることが知られている。(Sullivan) すなわち、臨界的な写像では自然に解析的な力学系に結びついてくるのである。今年度は、各種くりこみの相空間やパラメータ空間へ構造の研究への応用を中心に調べる。特に、昨年進展のあつた、正則関数の無理的中立不動点の周りのくりこみについては、不動点周辺の不変集合(hedgehog)の構造や Siegel 円盤の境界の構造への応用が期待され、従来未解決であつた様々な問題の解決を目指す。また、高次擬多項式型のくりこみについては、くりこみ写像の不連続性が現象と知られているが、実際の多項式族等において不連続性が起きることは、限られたケースをのぞけば厳密に証明されてこなかつた。この現象について、放物型不動点の分岐の研究を通して証明を与えていく。また、カオスの力学系の分岐現象については、様々なタイプの分岐が錯綜しているために、その解析が非常に困難になっている。これを解析するために、精度保証付き計算を用いた分岐現象の特徴付けの研究も行う。

## 2. 研究の進捗状況

無理的中立不動点を持つ複素力学系のくりこみについては、稲生・宍倉による不変関数族の存在は大きなステップであつた。それを応用して Buff-Cheritat は長年の未解決問題であつた、面積正のジュリア集合の構成に成功した。さらには、この不変関数族をより精密な不変集合の記述へと応用する枠組みが宍倉により完成しつつある。また、上田・宍倉に Indiana 大学の Bedford を加えて、高次元力学系の放物型不動点の分岐の研究が進展しつつある。また、実力学系の分岐の研究を精度保証付き計算を利用して行う方向では、國府が他の共同研究者とともに、その枠組みを整えつつあり、代数的トポロジーの方法の応用が非常に有効であることがわかつてきた。これは、力学系研究の方向性をより広いものにしていく。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

(理由)

無理的中立不動点を持つ複素力学系の研究では、稲生・宍倉の結果の応用などの面で、当初の計画以上に進展している。

その他の分野については、簡単分担者が共同研究者との研究を進展させており、おおむね順調に進展している。

## 4. 今後の研究の推進方策

これまでの研究成果について、海外の研究集会で発表しつつ、この分野の専門家と交流して、よりよい結果を得るための努力をする。また、くりこみに関しては、非常に精緻な議論と多くのステップを踏んだ構成などが必

要であるため、研究手法が理解されにくい部分もあるので、これより明快なものになるように改良をしていく。また、精度保証付き計算を利用する研究についても、計算機環境やソフトウェアライブラリなどを整備し、より多くの問題に適用できるようにしていく。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3件)

(1) J. Hubbard, D. Schleicher and M. Shishikura, Exponential Thurston maps and limit of quadratic differentials, J. Amer. Math. Soc. 22 (2009), 77-117.

(2) M. Shishikura, The connectivity of the Julia set and fixed points, in "Complex dynamics: families and friends" (Ed. by D. Schleicher), A. K. Peters, 2008, 257-276.

(3) M. Kisaka and M. Shishikura, On multiply connected wandering domains of entire functions, in "Transcendental Dynamics and Complex Analysis" (Ed. by P. J. Rippon and G. M. Stallard), London Mathematical Society Lecture Note Series 348, Cambridge Univ. Press, 348 (2008), pp. 217-250.

[学会発表](計 6件)

(1) 発表者名：宍倉光広  
発表標題：正則関数の無理的中立不動点の周りの不変集合について  
学会等名：日本数学会年会  
発表年月日：2009年3月29日  
発表場所：東京大学

(2) 発表者名：M. Shishikura  
発表標題：Renormalizations in complex dynamics and the Teichmuller theory  
学会等名：A Conference in Teichmuller Theory and Related Topics  
発表年月日：2009年3月21日  
発表場所：Graduate Center of CUNY, New York, USA

(3) 発表者名：M. Shishikura  
発表標題：Applications of near-parabolic renormalization  
学会等名：Trends and Developments in Complex Dynamics  
発表年月日：2008年10月24日  
発表場所：Oberwolfach, Germany

(4) 発表者名：M. Shishikura

発表標題：Parabolic implosion--from discontinuity to renormalization

学会等名：Congres a la memoire d'Adrien Douady

発表年月日：2008年5月28日

発表場所：Institut Henri Poincare, Paris, France

(5) 発表者名：M. Shishikura

発表標題：Devaney hair and hedgehogs

学会等名：Bobfest: Dynamical Systems and Topology

発表年月日：2008年4月19日

発表場所：Tossa de Mar, Spain

[図書](計 0件)

[産業財産権]

出願状況(計 0件)

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

出願年月日：

国内外の別：

取得状況(計 0件)

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

取得年月日：

国内外の別：

[その他]