

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18340112

研究課題名 (和文) 可解模型の相関関係と熱輸送現象

研究課題名 (英文) Correlation functions of solvable models and thermal transport phenomena

研究代表者

高橋 實 (TAKAHASHI MINORU)

東邦大学・理学部・訪問教授

研究者番号：40029731

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：可積分系

1. 研究計画の概要

可積分スピン系の相関関数の厳密な解析を推し進め、また量子輸送現象の研究を進める。

(1) 可解模型の相関関数の厳密な計算

基底状態相関関数の厳密計算においては最近さらなる進展があり、多重積分表示に依らず、代数的に計算する方法が開発された。実際、ボース-城石-高橋は、XXX 鎖の場合に量子クニツク-ザモロチコフ方程式から相関関数の満たすべき関数方程式系を導き、それに基づき最終的な相関関数の形を決定する方法を定式化した。彼らは5サイト間の全ての相関関数を計算することに成功した。この方法を適用してさらに8サイト間のあたりまでの全ての相関関数を計算することを第1の目標とする。得られた結果からは縮約密度行列を通して量子情報理論で有用なエンタングルメントエントロピーの計算にも応用できる。また、2点相関関数に限れば、生成母関数に注目することにより、より遠くの相関関数まで計算できる。実際、佐藤-城石-高橋はすでに第7近接相関関数までの厳密な表式を得ている。より遠くの2点相関関数およびそれらの漸近的振る舞いを厳密に計算することが第2の目標である。さらに同様な方法で、より一般のXXZ鎖の基底状態相関関数の研究も進めて行きたい。

ゲーマン-クリュンパー-ゼールの多重積分表示式に基づく高温展開を他の相関関数にも適用する。特に興味のある2点相関関数に関しては量子モンテカルロ法によるシミュレーション結果も併用して、その温度や磁場依存性を詳しく調べる。また、基底状態の場合と同様に、多重積分表示式の簡略化を目

指し、その結果に基づいて相関関数の低温展開、あるいは長距離の振る舞いを計算する。同時に相関関数を代数的に決定するスキームの有限温度への一般化の可能性を追求する。一方、これらの2点相関関数からコンカーレンスを計算することにより、有限温度におけるエンタングルメントを評価できる。とりわけ、強磁性鎖かつ無磁場下では有限温度でもエンタングルメントが消えているという議論があるが、実際どうなっているかを検証する。また、磁場と温度の効果によってエンタングルメントが発生する可能性も調べる。また動的相関関数の計算や、t-J模型、SU(n)模型、Hubbard模型等の一般の相関関数の計算についても研究期間内目途をつける。

(2) 量子輸送現象の厳密解の手法による研究

1次元量子系が理論・実験の両面から活発に研究され、顕著な量子効果による、特有の現象が数多く報告されている。例えば、その動的性質に着目すると、スピン揺動の伝播が、弾道的になることが理論的に示唆され、また実験的にも、古典系の数千倍にも及ぶ極めて大きなスピン拡散係数が観測されている。また、磁気励起が媒介する巨大な熱伝導率も測定され、最近では、電子やフォノンに加え、磁気励起が新たな熱伝導の担い手として注目されている。このような量子効果の強い系では、従来の準粒子の散乱に基づく現象論や、摂動論的な手法を用いた解析は困難であり、微視的かつ非摂動論的な理論が重要となる。1次元量子系の中には厳密に解ける一連の模型が存在し、近似的な手法を用いることなく様々な物理量が厳密に計算され、得られる結果は、現実の系に対して重要な知見を与え

る。本研究の目的は、これら1次元量子系における非摂動的な諸現象、特に輸送特性や動的性質に対し、厳密解の手法を適用することにより、定量的な理論的検証および予言を行う。

2. 研究の進捗状況

(1) 1次元 XXZ 模型の基底状態での静的相関関数

①この研究計画以前に $\Delta=1$ で5つのサイトの密度行列を計算したが、この期間に我々は6つのサイトと7つのサイトの密度行列が計算できた。また非等方的ハイゼンベルグ模型のストリング相関関数を計算することができた。この相関関数が遠距離で漸近的にどのように振舞うかを考察した。またエンタングルメント エントロピーを計算した。
② $\Delta>1$ の強磁性XXZ鎖のキルク基底状態における相関関数の厳密解を求めた。

(2) 1次元 XXZ 模型とスピンレスフェルミオン系の相関関数の動的有限温度相関関数
まだ定式化の段階ではあるが、これが進展すればあらゆる輸送係数の計算が可能となる。1次元のスピンレスフェルミオン系に対する形状因子の解析解を導出し、有限温度における相関関数の多重積分表示を得た。

(3) その他の可解模型の熱力学および相関関数の研究

①スピンを持つ1次元ボーズ粒子系の問題を扱った。

②熱伝導度や熱起電力の計算も進展した。またHubbard模型のグリーン関数における相関距離も求められた。

③多成分非対称単純排他過程の動的性質およびスペクトル解析

④1次元エニオン模型の相関関数の研究

⑤境界を持つ1次元ボース気体の有限温度における性質。

3. 現在までの達成度

②「おおむね順調に進展している」

$\Delta=1$ および $1/2$ のXXZ模型の相関関数についてはかなり前進した。しかし、距離の増加とともに計算の手間が指数関数的に増大するので、今のところ大進歩であるとも言えない。さらなる進展には理論的技術的なブレークスルーが必要である。また可解模型で計算できることの拡張はかなり進展したと言える。またハバード模型、エニオン模型、スピンを持つ1次元ボーズ粒子系等多種類の可解模型での計算ができるようになったのは想定外の結果である。

4. 今後の研究の推進方策

ベータ仮説法と高温展開を組み合わせた手法は非常に有用であり今後の発展が期待できる。特にXYZ模型やハバード模型で進める

方針である。1次元XXZ模型とスピンレスフェルミオン系の有限温度での動的相関関数については定式化はできたので、具体的計算を進める。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

① K. Motegi and K. Sakai, Form factors and correlation functions of an interacting spinless fermion model, Nucl. Phys. B, **793**, 451-468, 2008, 有

② K. Sakai, Dynamical correlation functions of the XXZ model at finite temperature, J. Phys. A, Math. Theor. **40**, 7523-7542, 2007, 有

③ X.W. Guan, M. T. Batchelor and M. Takahashi, Ferromagnetic behavior in the strongly interacting two-component Bose gas, Phys. Rev. A, **76**, 043617, 1-11, 2007, 有

④ J. Sato, M. Shiroishi and M. Takahashi, Exact evaluation of density matrix elements for the Heisenberg chain, J. Stat. Mech. P12017, 1-27, 2006, 有

[学会発表] (計 20 件)

① M. Takahashi, Problems of Simplified TBA equations, 2008年5月9日、Hannover 大学セミナー

② 堺和光, ハイゼンベルグXXZ鎖における有限温度動的相関関数とスピン拡散, 日本物理学会 第62回年次大会 2007年9月24日 北海道大学