

平成 22年 5月 22日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006 ~2009

課題番号：18340112

研究課題名 (和文) 可解模型の相関関数と熱輸送現象

研究課題名 (英文) Correlation functions of solvable models and thermal transport phenomena

研究代表者

高橋 實 (TAKAHASHI MINORU)

東邦大学・理学部・訪問教授

研究者番号：40029731

研究成果の概要 (和文)：

- 基底状態での1次元XXX模型とXXZ模型の静的相関関数

1次元XXX模型の相関関数については研究計画の前に第4近接相関まで計算できていた。我々はgenerating functionの方法を考案し、第5、6および第7相関を計算することができた。また連続した7つのサイトの密度行列が計算できた。

- 可解模型の熱力学の研究

高橋が2001年にXXZ模型で提唱したタイプの非線形熱力学方程式がUimin-Sutherland模型やPerk-Schultz模型のような複雑な模型についても、導出された。熱力学的な量(比熱、帯磁率)等の高次までの高温展開が計算された。またスピンを持つ1次元ボーズ粒子系の問題を扱った。

研究成果の概要 (英文)：

- Static correlation functions of one dimensional XXX and XXZ models at the ground state
Before this project we already calculated 4-th neighbor correlation functions. We invented the generating functions method and could calculate fifth, sixth and seventh correlation functions. Moreover we calculated density submatrix of successive seven sites.

- Thermodynamics of solvable models

Takahashi proposed new type of thermodynamic Bethe ansatz equation for 1D XXZ model in 2001. Same type of equations are derived for more complicated models like Uimin-Sutherland model and Perk-Schultz model. We give the high temperature expansion of thermodynamic quantities (specific heat, magnetic susceptibility, etc). We treated the thermodynamic problem of one dimensional bosons which has spin.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	2,900,000	870,000	3,770,000
2007年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008年度	2,700,000	810,000	3,510,000
2009年度	1,700,000	510,000	2,210,000
年度			
総計	8,900,000	2,670,000	11,570,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：可積分系、磁性、数理物理、統計力学、低次元系、相関関数、熱力学

1. 研究開始当初の背景

可積分系の相関関数を計算することは、長い間非常に困難な問題で計算できるのは最近接相関のようなエネルギーの微分で計算できるものに限られると考えられていた。また相関関数は形式的には多重積分の公式が導かれていたが、積分の実行はこれまた大変に困難な問題であった。2003年に我々の研究グループは1次元スピン1/2のXXX模型の第3近接相関を計算することに成功した。またXXZ模型への拡張もそのあとに成功した。

2. 研究の目的

可積分スピン系の相関関数の厳密な解析を押し進め、また量子輸送現象の研究を進める。

(1) 可解模型の相関関数の厳密な計算

基底状態相関関数の厳密計算においては最近さらなる進展があり、多重積分表示に依らず、代数的に計算する方法が開発された。実際、ボース-城石-高橋は、XXX鎖の場合に量子クニツク-ザモロチコフ方程式から相関関数の満たすべき関数方程式系を導き、それに基づき最終的な相関関数の形を決定する方法を定式化した。彼らは5サイト間の全ての相関関数を計算することに成功した。

(2) 量子輸送現象の厳密解の手法による研究

1次元量子系が理論・実験の両面から活発に研究され、顕著な量子効果による、特有の現象が数多く報告されている。実験的にも、古典系の数千倍にも及ぶ極めて大きなスピン拡散係数が観測されている。1次元量子系の中には厳密に解ける一連の模型が存在し、近似的な手法を用いることなく様々な物理量が厳密に計算される。

3. 研究の方法

解析的計算、数式処理等の理論計算を駆使して研究を実行する。

4. 研究成果

(1) 基底状態での1次元ハイゼンベルグ模型とXXZ模型の静的相関関数

等方的ハイゼンベルグ模型の相関関数については前年度までに第4近接相関まで計算できた。この論文はNuclear Physicsに掲載された。平成18年度はgenerating functionの方法を考案し、第5、6および第7相関を計算することができた。また前年度では連続した6つのサイトの密度行列を計算したが今年度は7つのサイトの密度行列が計算できた。またString相関関数と呼ばれる相関関数を計算し、この相関関数が遠距離で漸近的にどのように振舞うかを考察した。またエンタングルメント エントロピーを計算した。有限温度での動的相関関数の計算も進展した。

(2) 可解模型の熱力学の研究ではUimin-Sutherland模型やPerk-Schultz模型のような複雑な模型についても、高橋が2001年にXXZ模型で提唱したタイプの非線形熱力学方程式が導出することができる。熱力学的な量(比熱、帯磁率)等の高次までの計算が進展した。このような模型はある種のラダー系に対応していて実験上も重要である。

また可解模型のなかでもスピンを持つ1次元ボーズ粒子系の問題を扱った。スピンを持つフェルミ粒子系は反強磁性的であるがボーズ粒子系は強磁性的である。このため帯磁率は低温で発散し、比熱も強磁性体特有の特徴をしめす。

(3) 1次元スピンレスフェルミオン系の形状因子および有限温度相関関数

またXXZ模型をジョルダン-ウィグナー変換をすることにより相互作用のあるスピンレスなフェルミ粒子系の問題を扱うことができるので、この動的相関関数も計算した。1次元のスピンレスフェルミオン系に対する形状因子の解析解を導出し、さらに有限温度における相関関数の多重積分表示を得た。これらの成果は、角度分解光電子分光等を用いた光吸収スペクトル実験に対する定量的な理論的検証が期待される。

1次元スピンレスフェルミオン模型の相関関数の研究に基づき、この系の動的性質を研究し、そのスペクトル関数を厳密に計算した。特に高エネルギー領域におけるストリング解(束縛状態)の本質的な寄与を明らかにした。

(4) 強磁性XXZ鎖のキंक基底状態における相関関数の厳密解

強磁性XXZ鎖は、すべてのスピンがそろった状態が基底状態となるが、この基底状態の他、ある種のキंक状態も基底状態となりうるということが知られている。我々はこの基底状態に対するさまざまな相関関数、すなわち、縦・横スピン-スピン相関、EFPと呼ばれるある区間のスピンがそろった確率、AEFPと呼ばれるある区間のスピンがネール状態になる確率、およびエンタングルメントエントロピー等を厳密に求めた。この結果、長距離において、この基底状態では、スピン-スピン相関は指数関数的に減衰し、EFPおよびAEFPはガウシアン的に減衰することを見出した。

(5) 多成分非対称単純排他過程の動的性質およびスペクトル解析

確率過程のマスター方程式を、シュレーディンガー方程式とみなせば、そのマルコフ行列は量子系のハミルトニアンとみなすことができる。これにより、1次元多粒子確率過程模型は、ある種の1次元量子スピン系とみなすことができる。我々は、これまでの研究で培われた厳密解の手法を適用することにより、非対称単純排他過程と呼ばれる模型の動

的特性を解析した。特に、系を構成する粒子の種類が複数ある多成分系に対する一般論を構築することに成功し、系のダイナミクスを詳細に解析することにより、この系が Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 型のユニバーサルリティクラスに属することをはじめて明らかにした。さらに、マルコフ行列の構造を詳細に調べ、その複素スペクトルは poset 構造を持ち双対性を示すことを明らかにした。

(6) フェルミ冷却原子気体の厳密解析
光学格子にトラップされた原子気体の最近の理論・実験研究の進展に触発され、1次元フェルミ原子気体の研究を行った。特に引力相互作用を持つ分極したフェルミ原子気体の場合、基底状態は FFLO 状態となっていることが期待される。我々は、共形場理論とベータ仮説の方法により、相関関数の漸近的振る舞いを厳密に計算した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

- ① M. Kohno, M. Arikawa, J. Sato and K. Sakai, Spectral Properties of Interacting One-Dimensional Spinless Fermions, J. Phys. Soc. Jpn. 79 043707 1-4, 2010 有
- ② K. Motegi and K. Sakai, Density matrix for the kink ground state of the ferromagnetic XXZ chain Phys. Rev. E 79 031108, 1-7, 2009, 有
- ③ C. Arita, A. Kuniba, K. Sakai, T. Sawabe, Spectrum in multi-species asymmetric simple exclusion process on a ring, J. Phys. A: Math. Theor.. 42 345002 1-41 2009, 有
- ④ K. Motegi and K. Sakai, Correlation functions of an interacting spinless fermion model at finite temperature, J. Stat. Mech P02005 1-23 2008 有
- ⑤ K. Motegi and K. Sakai, Form factors and correlation functions of an interacting spinless fermion model, Nucl. Phys. B, **793**, 451-468, 2008, 有
- ⑥ K. Sakai, Dynamical correlation functions of the XXZ model at finite temperature, J. Phys. A, Math. Theor. **40**, 7523-7542, 2007, 有
- ⑦ X.W. Guan, M. T. Batchelor and M. Takahashi, Ferromagnetic behavior in the strongly interacting two-component Bose gas, Phys. Rev. A, **76**, 043617, 1-11, 2007, 有
- ⑧ J. Sato and M. Shiroishi, Density

matrix elements and entanglement entropy for the spin-1/2 XXZ chain at $\Delta=1/2$, J. Phys. A:Math. Theor., 40, 8739-8749, 2007, 有

- ⑨ M. Bortz, J. Sato and M. Shiroishi, String correlation functions of the spin-1/2 Heisenberg XXZ chain, J. Phys. A:Math. Theor. 40, 4253-4271 2007 有
- ⑩ J. Sato, M. Shiroishi and M. Takahashi, Exact evaluation of density matrix elements for the Heisenberg chain, J. Stat. Mech. P12017, 1-27, 2006, 有

[学会発表] (計 22 件)

- ① 堺和光, 引力相互作用をもつ1次元フェルミ原子気体の厳密解析, 日本物理学会 2010年3月21日, 岡山大学
- ② 有川晃弘, 佐藤純, 河野昌仙, 堺和光, 1次元スピinlessフェルミオン系のスペクトル関数日本物理学会 2009年9月28日 熊本大学
- ③ 茂木康平・堺和光, XXZ鎖のキック基底状態における種々の相関関数の厳密解日本物理学会 第64回年次大会 2009年3月27日立教大学
- ④ 堺和光, 1次元ユニオン模型の有限温度相関関数の厳密解析, 日本物理学会 第64回年次大会 2009年3月27日立教大学
- ⑤ M. Takahashi, Simplified TBA equation and high-temperature expansion, Wuppertal大学セミナー, 2008年7月17日 Wuppertal大学
- ⑥ M. Takahashi, Density submatrix of XXX chain at zero temperature expansion, Kaiserslautern 大学セミナー, 2008年6月24日 Kaiserslautern 大学
- ⑦ M. Takahashi, Problems of Simplified TBA equations, 2008年5月9日、Hannover 大学セミナー
- ⑧ 有田親史, 国場敦夫, 堺和光, 沢辺剛, 周期境界条件下の多成分ASEPの固有値, 日本物理学会 第63回年次大会, 2008年3月23日, 近畿大学.
- ⑨ 堺和光, マズール不等式を用いたハイゼンベルクXXZ鎖のスピンロード重みの評価, 日本物理学会 第63回年次大会, 2008年3月23日, 近畿大学.
- ⑩ 茂木康平, 堺和光, Spinless fermion模型の有限温度相関関数, 日本物理学会 第63回年次大会, 2008年3月23日, 近畿大学.
- ⑪ M. Takahashi, Problems of Simplified TBA equations, 2007 Annual Statistical

- Mechanics Meeting, 2007年12月12日, Mathematical Sciences Institute, The Australian National University
- ⑫ M. Shiroishi, String correlation function for spin-1/2 XXZ chain and its application to 2D BCSOS model, 2007 Annual Statistical Mechanics Meeting, 2007年12月10日, Mathematical Sciences Institute, The Australian National University.
 - ⑬ M. Takahashi, Correlation function of solvable models, Interaction and nanostructural effects in low-dimensional systems, 2007年11月9日, 京都大学基礎物理学研究所.
 - ⑭ 茂木康平, 堺和光, Spinless fermion模型の相関関数の多重積分表示, 日本物理学会 第62回年次大会, 2007年9月24日, 北海道大学
 - ⑮ 堺和光, ハイゼンベルグXXZ鎖における有限温度動的相関関数とスピン拡散, 日本物理学会 第62回年次大会 2007年9月24日 北海道大学
 - ⑯ 古川俊輔, 池田大, 堺和光, スピン 1/2 ハイゼンベルグ鎖における磁気ゼーベック効果, 日本物理学会 第62回年次大会 2007年9月24日 北海道大学.
 - ⑰ 城石正弘, 佐藤純, M. Bortz, スピン 1/2 XXZ鎖のストリング相関関数の漸近挙動とその応用, 日本物理学会 第62回年次大会 2007年9月22日 北海道大学
 - ⑱ M. Takahashi, Progress of Quantum Statistics, Physics and Mathematics of Interacting Quantum Systems in Low Dimensions, 2007年5月26日, 東京大学柏キャンパス
 - ⑲ M. Shiroishi, String correlation functions of Spin-1/2 XXZ chain, Physics and Mathematics of Interacting Quantum Systems in Low Dimensions, 2007年5月25日, 東京大学柏キャンパス.
 - ⑳ 佐藤純, 城石正弘, $\Delta=1/2$ XXZ鎖のエンタングルメントエントロピー, 日本物理学会 2007年春季大会, 2007年3月18日, 鹿児島大学郡元キャンパス.
 - ㉑ 城石正弘, 1次元ハバード模型の高次の保存量のハーフフィリングにおける強結合展開, 日本物理学会 2007年春季大会, 2007年3月18日, 鹿児島大学郡元キャンパス.
 - ㉒ M. Shiroishi, Exact values of ground-state correlation functions for the Heisenberg chain, Statistical Mechanics/Gordon Godfrey Workshop, 2006年12月11日, オーストラリア・シ

ドニー

〔図書〕(計 1件)

- ① 高橋 實, 対称性の考察 ～物理における重要性～ 数理科学7月号, 42-47 2009年サイエンス社

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 實 (TAKAHASHI MINORU)
東邦大学・理学部・訪問教授
研究者番号: 40029731

(2) 研究分担者

城石 正弘 (SHIROISHI MASAHIRO)
東京大学・物性研究所・助教
研究者番号: 80323632
堺 和光 (SAKAI KAZUMITSU)
東京大学・総合文化研究科・助教
研究者番号: 10397028

(3) 連携研究者

無