

平成 22 年 5 月 31 日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2009

課題番号：18340114

研究課題名（和文） 長距離相互作用系の非平衡統計熱力学の構築

研究課題名（英文） Construction of non-equilibrium statistical mechanics for systems with long-range interactions

研究代表者

阪上 雅昭 (SAKAGAMI MASAOKI)

京都大学・大学院人間・環境学研究科・教授

研究者番号：70202083

研究成果の概要（和文）：

非加法的 Tsallis エントロピーを用いて重力多体系に代表される長距離相互作用系の非平衡進化について研究した。これらの系は準定常状態を経由して熱平衡状態に漸近してゆく。数値シミュレーションにより、この準定常状態は Tsallis エントロピーの極値を与えるポリトロプ状態の系列とし理解できること明らかになった。さらに、非平衡進化はポリトロプ指数の時間発展として記述され、その発展方程式を導出することに成功した。

研究成果の概要（英文）：

We studied non-equilibrium evolution of the long-rang interacting systems, e.g. the self-gravitating N-body system, by means of the non-additive Tsallis entropy. It was shown that notion of polytrope is quite useful to describe transient evolution of the systems. And we succeeded to derive the evolution equation for polytropic index.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	2,300,000	0	2,300,000
2007年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2009年度	1,800,000	540,000	2,340,000
年度			
総計	7,300,000	1,500,000	8,800,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数理物理・物性基礎

キーワード：準定常状態，ポリトロプ，長距離相互作用，重力多体系，負の比熱，Tsallis エントロピー，q-変形

## 1. 研究開始当初の背景

宇宙あるいは天体での物理現象は重力が本質的な役割を果たすという点で、地上の物理現象とは大きく異なっている。球状星団に代表される、互いに重力で相互作用するN個の質点系である重力多体系は自己重力系の典型である。重力は、(1) 遠距離力である、

(2) すべての物体に対して引力である、という2つの際だった特徴をもち、デバイ遮蔽がないため本質的に長距離相互作用系である。

従来、重力熱力学的不安定性を含めた重力多体系の定常状態の研究では加法的な性質をもつ Boltzmann エントロピー SBZ が用

いられてきた。本研究開始の時点で、重力多体系の研究は、Tsallis エントロピーの場合への拡張が行われ、非加法的エントロピーを用いた重力多体系研究の基本的枠組みを整備されていた。

加法性を破る Tsallis エントロピー  $S_q$  はパラメータ  $q$  をもち、 $q=1$  の時に、SBZ に一致する。また SBZ の極大を与えるのが Boltzmann 分布、いわゆる熱平衡状態であるのに対して、 $S_q$  の極値として与えられるのがポリトロープ状態である。重力多体系の数値シミュレーションの解析から、**ポリトロープ状態が重力多体系の準定常状態**であり、この系の非平衡進化の研究において中心的役割を果たすことが明らかになっていた。

## 2. 研究の目的

これまでの研究で、重力多体系の進化は重力の性質から非平衡になり、それはポリトロープ状態とよばれる準定常状態で記述できることが明らかにされてきた。これは一粒子分布関数が

$$f(\varepsilon) \propto [1 - (1-q)\beta\varepsilon]^{1/(1-q)}$$

という、いわゆる  $q$ -変形を受けた Boltzmann 分布で与えられる状態で、 $q \rightarrow 1$  の極限で Boltzmann 分布に一致する。（ $\varepsilon$  は一粒子エネルギーである。）また、この状態は状態方程式がポリトロープ関係

$$P \propto \rho^{1+1/n}, n = \frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}$$

（ $P$  は圧力、 $\rho$  は密度）をみたすことが知られている。ここで  $n$  はポリトロープ指数である。重力多体系は2体重力散乱による緩和の時間スケールで進化する。数値シミュレーションによれば、一般的な初期状態から出発した場合、系はまず速やかにあるポリトロープ状態に近づき、その後はポリトロープ系列を進化して行く。このように、ポリトロープ状態は重力多体系の準定常状態を記述している。これを  $q$ -変形パラダイムと呼ぶことにする。本研究は、このパラダイムの理解を深め、より一般的な系でポリトロープが非平衡現象を記述している可能性を探ることを目的とする。具体的には

- (1) ポリトロープ指数  $n$  のダイナミクス
  - (2) 他の長距離相互作用系における  $q$ -変形パラダイム
  - (3) 音のブラックホールの非平衡現象と実験
  - (4) 凝縮する系への適用
- というテーマで研究を行う。

## 3. 研究の方法

- (1) ポリトロープ指数  $n$  のダイナミクス
- N体数値シミュレーションから、重力多体

系の状態は指数  $n$  を1パラメータとするポリトロープ状態で近似的に表現されることがわかった。その指数  $n$  の進化をマイクロな理論から議論することを試みる。重力多体系の熱的進化では粒子同士の2体衝突、なかでも小角度の2体衝突が最も重要な過程である。そこで Boltzmann 方程式の衝突項を運動量輸送の2次まで展開して得られる Fokker-Planck (F-P)方程式が、宇宙物理学で球状星団の進化を議論する際に広く用いられている。本研究ではこの F-P 方程式をもちいてポリトロープ指数  $n$  の発展方程式を導出する。

## (2) 他の長距離相互作用系における $q$ -変形パラダイム

ポリトロープが系の準定常状態を記述するという  $q$ -変形パラダイムは自己重力系以外の長距離相互作用系に適用できるだろうか。そこで平均場で相互作用し、しかも2体散乱による遅い緩和が存在する2次元HMFモデル(Hamiltonian Mean Field model)を考える。このモデルは2次元トラス上に置かれたN個の粒子からなる系で、これまでの研究から全エネルギーがある範囲のとき、比熱が負になることが知られている。数値シミュレーションを行い、準定常状態は存在するか、それらはポリトロープ系列を進化するかを研究する。

## (3) 音のブラックホールの非平衡現象と実験

ブラックホールは重力多体系とならび、自己重力系の代表例である。さらに、ブラックホール時空はエントロピーや温度という物理量で特徴づけられ Hawking 輻射を出す熱力学的な対象である。

通常、ブラックホール解を求めるときは時空の定常性を仮定する。これは状態を熱平衡状態に制限することに相当する。従って  $q$ -変形を受けた状態が存在するとすれば、準定常な時空に対応し、ブラックホールの非平衡現象が出現すると予想される。本研究では、ラバール管をもちいた音のブラックホールに注目し、Hawking 輻射や非平衡現象を実験で検証する可能性について検討する。

## (4) 凝縮する系への適用

研究目的(3)で明らかになってきたように、ポリトロープや  $q$ -変形パラダイムが準定常状態を記述するのは“比熱が負の”場合である。しかし、相互作用が長距離であることが本質的かどうかは判っていない。じつは、短距離相互作用でも、凝集する系では比熱が負になる場合があることが知られている。そこで、本研究では、凝集する系の中でも現実的な、①惑星形成におけるダスト（塵粒子）の凝集、②魚群の形成、についても研究する。

#### 4. 研究成果

##### (1) ポリトロープ指数 $n$ のダイナミクス

ポリトロープ状態は F-P 方程式の厳密な意味での解ではなく、あくまで近似解である。このような場合、指数  $n$  の時間変化についての情報を取り出すためには変分法が有効なことが多い。F-P 方程式はいわゆる拡散方程式の形をしており、残念ながら普通の変分原理からこの方程式を導くことはできない。しかし幸いなこと Glansdorff と Prigogine により self-adjoint でない方程式に適用できる一般化された変分原理という手法が開発され、球状星団の進化への応用も既に行われていた。そこで、本研究では一般化された変分原理での F-P 方程式の母汎関数(局所ポテンシャル) に試行関数としてポリトロープ状態を代入し指数  $n$  について変分することで  $n$  に対する発展方程式を導出した。

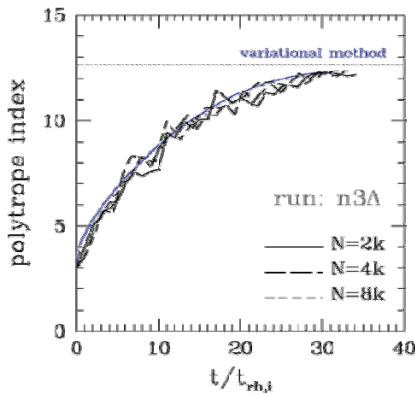


図 1

図 1 に  $N$  体数値シミュレーションと一般化された変分原理により導いたポリトロープ指数  $n$  の発展方程式の数値解との比較を示す。粒子数  $N=2000\sim 8000$  でのシミュレーションの結果と一般化された変分原理による  $n$  の時間発展は極めてよく一致している。

##### (2) 他の長距離相互作用系における $q$ -変形パラダイム

2次元HMFモデルの時間発展は磁化  $M$  (Magnetization) で表される。

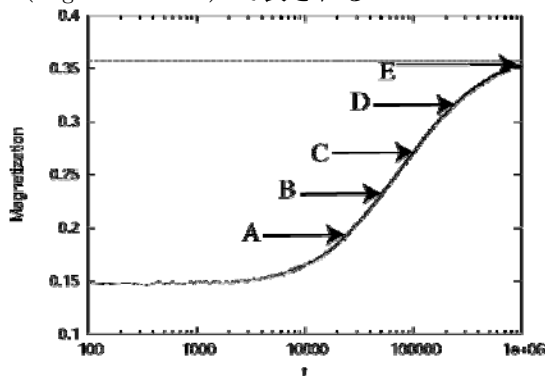


図 2

上の図 2 は、全エネルギー  $U=1.9$  で初期がポリトロープ状態であった場合の磁化  $M$  の時間発展である。点線で表される熱平衡状態での  $M$  に向かって系が 2 体散乱により進化していく。

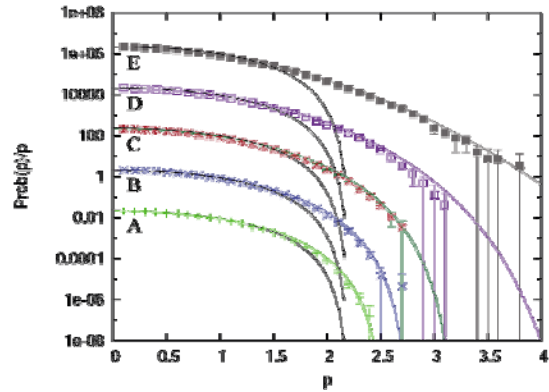


図 3

図 3 は系の進化の各段階 (図 2 A~E) での運動量分布である。□×等の記号は数値シミュレーションの結果、色のついた実線はポリトロープによる fitting である。また、それぞれの段階での  $q$  の値は異なり、次第に  $q=1$  つまり熱平衡に近づいていく。また、図は省略するが、ポリトロープでない初期条件を選んだ場合は、まずそれから、系の状態はポリトロープに近づきポリトロープの系列を上を進化していくことも確認された。すなわち、2次元HMFモデルにおいても重力多体系と同様に  $q$ -変形パラダイムが有効であることが示されたわけである。

またこのモデルでは全エネルギー  $U$  の値によって比熱の正負が変わることが知られている。ちなみに上の  $U=1.9$  での比熱は負である。そこで、比熱が正である、 $U=1.7$  でも同様の解析を行った。この場合は準定常状態はポリトロープで fitting できないことが判明した。すなわち、 $q$ -変形パラダイムは比熱が負の系に対してのみ有効であることが明らかになった。

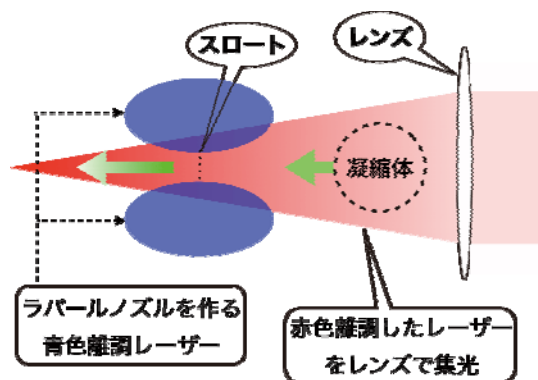


図 4

(3) 音のブラックホールの非平衡現象と実験  
音のブラックホールを使って Hawking 輻射を検証するためには、流体の量子コヒーレンスを保たなければならない。従って、BEC (ボーズ・アインシュタイン凝縮) を用いて遷音速流を形成するのがもっとも有望である。

BECにおいてラバール管とそこを流れる遷音速流を実現するため、図4のような実験装置を考案した。これは、赤色離長のレーザーは凝縮体に引力、青色離長の場合は斥力として作用することを利用したものである。

#### (4) 凝縮する系への適用

①惑星形成におけるダスト(塵粒子)の凝集、②魚群の形成、は全く異なる系を対象としている。しかし、引力で凝集し集団(群れ)を形成するという点で極めて類似している。本研究では、これらの凝集過程を議論するための合体成長方程式を上の2つの系すなわち、ダストと魚群に対して整備した。同時にN体数値シミュレーションを行い、合体成長方程式の結果と比較することで、合体成長方程式という手法が、これら2つの凝縮する系で極めて有効な解析手段であることを示した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計7件)

- (1) S. Okuzumi, T. Tanaka and M. Sakagami, Numerical Modeling of the Coagulation and Porosity Evolution of Dust Aggregate, 査読有, *Astrophysical Journal*, 707, (2009), pp.1247—1263
- (2) 奥住聡, 富永真太郎, 阪上雅昭, 遷音速流でつくる「音のブラックホール」, ながれ (日本流体力学学会誌) 小特集—地上の星, 査読有, 28(5), (2009), pp.391—398
- (3) 奥住聡, 阪上雅昭, 実験室でブラックホールをつくる: 遷音速流を用いたブラックホールの模擬実験, 査読有, *日本物理学会誌*, 63(11), (2008) pp.845—851
- (4) S. Okuzumi, K. Ioka and M. Sakagami, Possible Discovery of a Nonlinear Tail and Second-order Quasi-normal Modes in a Black Hole Ringdown, 査読有, *Physical Review D*, 77, (2008), pp.124018-1—124018-12
- (4) S. Okuzumi, M. Sakagami, Quasinormal ringing of acoustic black holes in Laval nozzles: Numerical simulations, 査読有, *Phys. Rev. D*, 76, (2007), pp.084927-1—084927-9
- (5) 奥住聡, 阪上雅昭, ホーキング輻射の謎

と遷音速流, プラズマ核融合学会誌 講座「高速プラズマ流と衝撃波の研究事始め」, 査読有, 83 (4), (2007), pp.387—390

(6) A. Taruya, M. Sakagami, Description of quasi-equilibrium states in N-body self-gravitating systems, 査読有, *Journal of Physics: Conference Series* 31 (2006) pp.55—58

[学会発表] (計18件)

- (1) 阪上雅昭, 鎌田諭紀, 魚群のダイナミクス: 数値シミュレーションと画像解析, 日本物理学会第65回年次大会, 2010. 3. 23, 岡山大学
- (2) 阪上雅昭, 帯電フラクタルダストによる惑星形成, 研究会「熱場の量子論」, 2009. 9. 3, 京都大学基礎物理学研究所
- (3) 阪上雅昭, 流体ブラックホールのホーキング輻射と準正規振動, 研究会「熱場の量子論」, 2009. 9. 3, 京都大学基礎物理学研究所
- (4) 阪上雅昭, 2次元 Hamiltonian Mean Field Model の準定常状態, 日本物理学会2008年秋季大会, 2008. 9. 23, 岩手大学
- (5) 阪上雅昭, ホーキング輻射と波のストレッチ効果, 日本物理学会第63回年次大会シンポジウム「エネルギーと保存則を考え直す: 非エルミートスペクトル理論の進展と展望」2008.3.22, 近畿大学
- (6) 阪上雅昭, 自己重力系の非平衡物理, 研究会「熱場の量子論」, 2007. 9. 5, 京都大学基礎物理学研究所
- (7) 阪上雅昭, 重力多体系のポリティロップ状態の進化, 仙台プラズマフォーラム「プラズマ流の基礎と応用に関する研究会」, 2007. 3. 8, 東北大学

#### 6. 研究組織

- (1) 研究代表者  
阪上 雅昭 (SAKAGAMI MASA AKI)  
京都大学・大学院人間・環境学研究所・教授  
研究者番号: 70202083
- (2) 研究分担者  
樽家 篤史 (TARUYA ATSUSHI)  
東京大学・理学研究科・助教  
研究者番号: 40334239  
(H19→H20: 連携研究者)  
岡村 隆 (OKAMURA TAKASHI)  
関西学院大学・理工学部・准教授  
研究者番号: 30351737  
(H19→H20: 連携研究者)