様式C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成２１年６月１０日現在

研究種目：基盤研究（B）
研究期間：2006～2008
課題番号：18360087
研究課題名（和文）　自乗量保存形の移動格子有限体積法による圧縮性および非圧縮性乱流の統一解法の開発
研究課題名（英文）　Unified compressible and incompressible flow solver with secondary conservative finite volume method for moving grid

研究代表者
森西　洋平（MORINISHI YOHEI）
名古屋工業大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号：40222351

研究成果の概要：
非圧縮性乱流の高精度非定常数値計算手法として知られている自乗量保存形の差分スキームを，圧縮性乱流，さらに移動格子へと拡張した．圧縮性乱流に対する自乗量保存形差分スキームの構成は，密度の平方根の重み付き補間を導入することで構成された．さらに，圧縮性流れの輸送方程式と移動格子に対する輸送方程式とのアナロジーから，ヤコビアンの平方根の重み付き補間を導入することで，移動格子に対する自乗量保存形の有限体積法が構成された．検証計算を通して，構成された手法の有効性が確認された．

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００６年度	8,300,000	2,490,000	10,790,000
２００７年度	3,300,000	990,000	4,290,000
２００８年度	2,500,000	750,000	3,250,000
年度			
年度			
総　計	14,100,000	4,230,000	18,330,000

研究分野：工学
科研費の分科・細目：機械工学・流体工学
キーワード：数値流体工学

１．研究開始当初の背景

自乗量保存形の移流項差分スキームは非散逸・非生産で中立安定な流体運動の数値計算手法であり，研究代表者が開発した非圧縮性流れの高次精度移流項差分スキームは乱流の非定常数値計算に対し非常に有効な手法として世界で認知されている．一方，近年は燃焼や流体音響のように弱い圧縮性が重要な流れ場の非定常数値解析が注目されるようになり，圧縮性流れに対する自乗量保存形の移流項差分スキームの拡張も世界で試みられてきた．しかし本研究開始以前の状況として，圧縮性流れへの拡張は成功していなかった．これに対し研究代表者は，圧縮性流れに対する自乗量保存形差分スキームの構成方法を発見し，さらに圧縮性と移動格子に関する流体運動の支配方程式のアナロジー

から，移動格子の自乗量保存形の差分スキームも構成可能であることを見出した．そこで，これらを発展させるため本研究課題を申請し，研究を開始することとなった．

２．研究の目的

機械工学の応用問題に現れる流動現象は，Ａ）低マッハ数から高マッハ数流れの混在，Ｂ）流れ場形状の変形，Ｃ）流れの強い非定常性，Ｄ）乱流の発生，Ｅ）流体音の発生，Ｆ）物性値の急激な変化、Ｇ）混相流、Ｈ）流体と構造の連成，等の要素を持つ非常に複雑なものである．これらのうちＡ）～Ｃ）を扱える流体解析の商用コードはいくつか存在する．しかし，同時にＤ）およびＥ）の解析を高精度に実施できるものは皆無である．これはＡ）～Ｃ）を扱うための商用コードでの技巧がＤ）およびＥ）の解析を阻むからである．本研究では，自乗量保存形の移流項差分スキームを導入することにより，Ａ）～Ｅ）を扱える乱流の高精度数値解析手法の開発を試みる．研究の手順として，まず計算アルゴリズムの開発を行い，計算コードを作成した後，検証のための応用計算を実施し，開発したコードの信頼性と有効性を確認する．

３．研究の方法

上記研究の目的を達成するため，以下の(1)～(3) で研究を実施し，さらに(4)～(8)の検証計算を実施した．

(1) 圧縮性流れに対する自乗量保存形の差分スキームの構成：　まず，非圧縮性流れに対する自乗量保存形の移流項差分スキームを圧縮性流れへと拡張する．非圧縮性流れの輸送方程式の移流項は，発散型，勾配型，および混合型で表現される．これらは連続の式の成立により互換となり，発散型が先天的に（連続の式の成立なしに）保存形，混合型が先天的に自乗量保存形となる．このような解析的な互換性と保存特性が離散的にも満足されるものが自乗量保存形の移流項差分スキームである．そこで，圧縮性流れの輸送方程式に対し混合型，勾配型，および混合型の移流項を定義し，連続の式が成立すれば互換で，さらに発散型が先天的に保存形，混合型が先天的に自乗量保存形となる離散式を構成する．その際，まず半離散式（空間離散式）に対する移流項差分スキームを構成する．さらに，完全離散式（時間空間離散式）に対する移流項差分スキームを構成する．

(2) 計算アルゴリズムの開発：　(1) で構成された圧縮性流れに対する自乗量保存形の差分スキームはシステム方程式を構成するので，その解法つまり計算アルゴリズムを開発する．まず，輸送方程式を半離散式による自乗量保存形の差分スキームで離散化した場合には陽的時間進行法による時間進行が可能である．一方，完全離散式による自乗量保存形の差分スキームでは非線形連立方程式を解く必要がある．完全離散式での非線形連立方程式を解くため，本研究ではJacobian-Free Newton-Krylov 法（ＪＦＮＫ）法を導入する．その際，ＪＦＮＫ法の計算アルゴリズムで使用される Krylov 反復解法は大規模問題に対し収束性が悪化することが知られているため，有効な前処理も検討する．

(3) 移動格子に対する自乗量保存形の差分スキームの構成：　輸送方程式に関する圧縮性流れの形式とＡＬＥ移動格子の形式のアナロジーから，移動格子に対しても自乗量保存形の差分スキームが構成できる．具体的には，圧縮性流れの輸送方程式における密度と移流速度が，ＡＬＥ移動格子での輸送方程式では密度×ヤコビアンおよび格子移動速度を含む反変速度成分となる．この対応関係に着目すれば，圧縮性流れに対する自乗量保存形の差分スキームと同様に，ＡＬＥ移動格子に対する自乗量保存形の差分スキームも構成できる．さらに，移動格子においてはメトリックスに対して幾何学的保存則（ＧＣＬ条件）を満足させる必要があるので，ＧＣＬ条件とも整合するように移動格子に対する自乗量保存形の差分スキームを構成する．

(4) ３次元周期的非粘性流の数値解析：圧縮性流れでは質量，運動量，および全エネルギーが保存量となるが，これらのうち全エネルギーの保存は，質量保存則，運動量保存則，および内部エネルギーの式の従属な関係式としても表現される．ここでは，質量保存則，運動量保存則，および内部エネルギーの式を連立して解き，周期的非粘性流における全エネルギーの保存を尺度として，構成した差分スキームの自乗量（エネルギー）保存特性を検証する．なお，移動格子に対する自乗量保存形の差分スキームに対しては，周期的に変化する格子上での検証計算を実施する．

(5) 圧縮性一様減衰乱流のＤＮＳ：　圧縮性流れの自乗量保存形の差分スキームの有効性を粘性流においても確認するため，圧縮性一様減衰乱流のＤＮＳを実施し，計算結果を参照データと比較する．

(6) オープンキャビティ流れでの音響解析：　圧縮性流れに対する自乗量保存形の移流項差分スキームは非生産・非散逸という特徴を持つので，微小な圧力変動の解像が必要

となる流体音響の直接数値解析にも有効と考えられる．そこで，２次元オープンキャビティ流れの数値計算を実施し，放出渦が角部に衝突する際に生じるとされている音波の発生を確認する．

(7) 振動角柱周り流れの数値計算：　移動格子に対する自乗量保存形の差分スキームの検証計算として，振動角柱周り流れの数値計算を実施する．この流れ場の挙動についてストークス数βおよび Keulegan-Carpenter 数（ＫＣ数）をパラメータとして数値計算を実施し，実験結果との比較を通して構成された移動格子に対する差分スキームの有効性を確認する．

(8) その他の検証計算：　上記以外に，平板チャネル乱流のＤＮＳ，バックステップ乱流のＤＮＳ，回転系振動格子乱流のＤＮＳ，ピストン式コンプレッサ内流れの数値計算を実施している．

４．研究成果

研究の方法に示した(1)～(8)に対応させて以下に研究成果を示す．

(1) 圧縮性流体の乱流の非定常数値シミュレーションに適した数値計算手法を構築するため，まず圧縮性流れの輸送方程式の移流項の型と保存特性を検討した．その結果，時間項を含めて移流項の型，つまり発散型，勾配型，および混合型を定義すれば，圧縮性流れにおいても非圧縮性流れにおけるものと同様に移流項の型の互換性および保存特性が整理できることを示した．さらに，圧縮性流れの支配方程式の移流項に対する有用な混合型を提案した．具体的には，連続の式の左辺を，

$$(Cont.) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} \quad (=0),$$

とすると，$(Cont.)=0$ の条件の下に互換となる変数φの輸送方程式の移流項の発散型$(Div.)_\phi$，勾配型$(Adv.)_\phi$，および混合型$(Skew.)_\phi$ は以下となる．

$$(Div.)_\phi \equiv \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j},$$

$$(Adv.)_\phi \equiv \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j},$$

$$(Skew.)_\phi \equiv \sqrt{\rho}\,\frac{\partial \sqrt{\rho}\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} + \rho u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$$

これら移流項の型の間には以下の関係，

$$(Div.)_\phi = (Adv.)_\phi + \phi (Cont.),$$

$$\begin{aligned} (Skew.)_\phi &= \frac{1}{2}(Div.)_\phi + \frac{1}{2}(Adv.)_\phi \\ &= (Div.)_\phi - \frac{1}{2}\phi\,(Cont.) \\ &= (Adv.)_\phi + \frac{1}{2}\phi\,(Cont.) \end{aligned}$$

が成立するので，これら移流項の型は質量保存則が成立（$(Cont.)=0$）すれば互換となる．ここで，発散型$(Div.)_\phi$が先天的に保存形であることは形式から明らかであり，混合型の自乗量保存特性は以下で確認される．

$$\phi\,(Skew.)_\phi = \frac{\partial \rho\phi^2/2}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi^2/2}{\partial x_j}$$

以上の移流項の型とそれらの互換性および保存特性は解析的な関係式であるが，これらが離散的に満足されるように差分，補間およびパーマネント積を組み合わせることで，圧縮性流れに対する自乗量保存形の移流項差分スキームが構成された．特に完全離散式に対しては，密度平方根の重み付き補間を導入することで，圧縮性流れの自乗量保存形の移流項差分スキームが構成できる．空間離散化手法としては通常差分とコンパクト差分を使用した．ただし，通常差分では半離散式と完全離散式，コンパクト差分では半離散式の差分スキームを構成した．

(2) 半離散式の自乗量保存形の差分スキームの計算アルゴリズムでは陽的時間進行法が使用できるので，低量型ルンゲ・クッタ法（ＲＫ法）を導入した．基本的には Williamson による低容量型３次精度ＲＫ法（ＲＫ３）としているが，さらに Carpenter & Kennedy の低容量型５段４次精度ＲＫ法（ＲＫ４/ＣＫ）へも拡張可能としている．一方，完全離散式の自乗量保存形の差分スキームの計算アルゴリズムでは非線形連立方程式の解法としてＪＦＮＫ法を導入する．ＪＦＮＫ法の計算アルゴリズムで使用される Krylov 反復解法としてはリスタート付き GMRES 法を使用する．GMRES 法を含め Krylov 反復解法では変数の数が増えると急速に収束性が悪化することが知られており，有効な前処理の導入が必須となっている．このため本研究では，フレキシブル前処理を伴う GMRES 法（FGMRES 法）を用いることとした．これは，GMRES 法の前処理として数回の繰り返しによる GMRES 法を用いるもので，前処理のために新たに行列操作等を導入する必要がないという意味でフレキシブルであり，汎用性が高い手法となている．

(3) 輸送方程式に関する圧縮性流れとＡＬＥ移動格子のアナロジーから，移動格子に対しても自乗量保存形の差分スキームが構

成できる．研究成果の(1)に示した(*Cont.*)～(*Skew.*)は，ＡＬＥ移動格子での輸送方程式においては以下のようになる．

$$(Cont.)\equiv\frac{1}{J}\frac{\partial J\rho}{\partial\tau}+\frac{1}{J}\frac{\partial J\rho U^{j}}{\partial\xi^{j}}\quad(=0)$$

$$(Div.)_{\phi}\equiv\frac{1}{J}\frac{\partial J\rho\phi}{\partial\tau}+\frac{1}{J}\frac{\partial J\rho U^{j}\phi}{\partial\varsigma^{j}}$$

$$(Adv.)_{\phi}\equiv\frac{1}{J}J\rho\frac{\partial\phi}{\partial\tau}+\frac{1}{J}J\rho U^{j}\frac{\partial\phi}{\partial\xi^{j}}$$

$$(Skew.)_{\phi}\equiv\frac{1}{J}\sqrt{J\rho}\frac{\partial\sqrt{J\rho}\phi}{\partial t}+\frac{1}{2J}\left(\frac{\partial J\rho U^{j}\phi}{\partial\xi^{j}}+J\rho U^{j}\frac{\partial\phi}{\partial\xi^{j}}\right)$$

ただし，τ と ξ^{j} は計算空間上の時間と空間座標，J は座標変換のヤコビアン，U^{j} は格子の移動速度を含む半変速度成分である．ここで，圧縮性流れの輸送方程式における密度 ρ と移流速度 u_j が，ＡＬＥ移動格子での輸送方程式ではヤコビアン×密度 $J\rho$ および格子移動速度を含む半変速度成分 U^{j} となることに着目すれば，圧縮性流れに対する自乗量保存形の差分スキームと同様にしてＡＬＥ移動格子に対する自乗量保存形の差分スキームも構成できる．

(4) ３次元周期的非粘性流における検証計算の結果の一例として，全エネルギーの相対誤差の時間刻み幅依存性を図１に示す．横軸は無次元時間刻み幅，縦軸が全エネルギーの相対誤差の絶対値である．

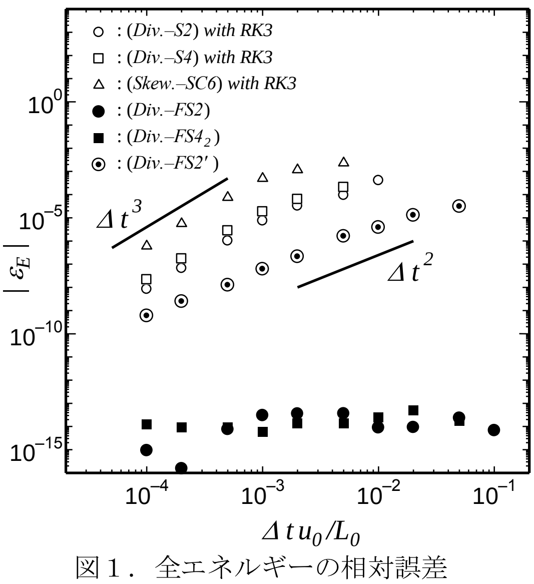

図１．全エネルギーの相対誤差

図１中，(*Div.-S2*)および(*Div.-S4*)はそれぞれ半離散式での空間２次および４次精度の自乗量保存形の差分スキーム（発散型使用）による計算結果で，全エネルギーの誤差は使用した時間進行法（ＲＫ３）に対応したオーダーとなっている．これらについては．対応する勾配型および混合型も同様の結果を与える事が確認されている．一方，コンパクト差分による移流項差分スキームでは，図に示されている混合型(*Skew.-SC6*)のみが安定な計算結果を与え，対応する発散型および勾配型の差分スキームでは計算が発散した．これより，コンパクト差分のように型の互換性が満足されない場合には自乗量保存形である混合型に基づく離散化が有効な事も確認された．図１中の(*Div.-FS2*)および(*Div.-FS4*$_2$)はそれぞれ完全離散式での空間２次および４次精度の自乗量保存形の差分スキーム（発散型使用）による計算結果で，非線形解法が収束する限り大きな時間刻み幅でも全エネルギーの誤差は計算機の丸め誤差となる．なお，図１中の(*Div.-FS2'*)は密度平方根の重み付き補間を導入しない場合の完全離散式による計算結果で，誤差は時間刻み幅の２次のオーダーとなっており，この結果と(*Div.-FS2*)との比較からも本研究で提案した手法の有効性が確認される．

(5) 圧縮性一様減衰乱流のＤＮＳの計算結果として，完全離散式の完全保存形差分スキームを使用した計算結果のうち，乱流エネルギーの時間履歴を図２に示す．横軸は無次元時間，縦軸が無次元乱流エネルギーである．この数値計算は，テイラー・マイクロスケールに基づくレイノルズ数 30，初期乱流マッハ数 0.3 で実施されている．

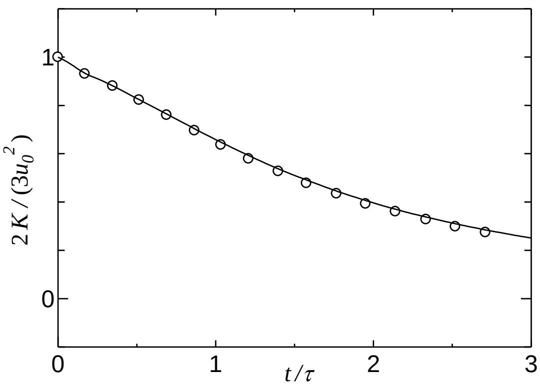

図２．乱流エネルギーの時間履歴

図２中の実線が本研究で開発した手法，○印の参照データは同じ条件で実施されたスペクトル法によるＤＮＳの計算結果である．両者は良く一致しており，粘性流においても本研究で開発された手法の有効性が確認された．

(6) 近年，流体音響の直接数値計算も実施されるようになってきたが，流体音響の数値解析では微小な圧力変動を捕らえる必要が

あり，散逸的な誤差は極力除去する必要がある．このため従来は，空間的な散逸誤差をできるだけ小さく抑えるため非常に高次精度の空間離散化手法（例えば空間８次精度のコンパクト差分等）が使用されてきた．一方，本研究で開発した完全離散式の完全保存形の差分スキームは，たとえ空間精度が低くとも移流項差分スキームによる散逸的な誤差はほぼゼロとなるため，流体音響解析に対する有効性が期待される．そこで，２次元オープンキャビティ流れの数値計算を実施し，音響解析の可能性を検討した．図３に，２次元オープンキャビティ流れの音響解析の計算結果の一例として圧力コンターを示す．この数値計算は完全離散式の完全保存形の空間２次精度差分スキームを使用して実施されている．

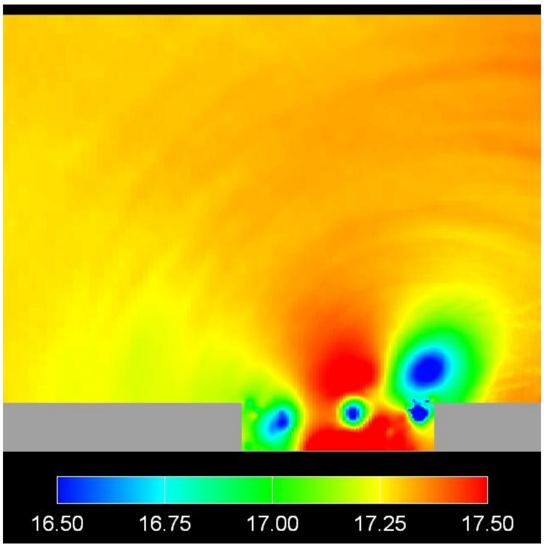

図３　２次元オープンキャビティ流れの圧力コンター

流れ場は主流の２次元チャネルと下壁に設けられたオープンキャビティで構成されており，主流は左から右へ流れている．キャビティ上流側角部から渦が放出され，渦が後流に流された後，キャビティ後流側の角部付近の壁面に衝突する．図３に見られるように，渦が壁面に衝突する際，圧力波が放出される様子が本数値計算によって捉えられている．

（7）開発された計算手法の移動格子における有効性を確認するため，振動角柱周り流れの数値計算を実施した．この流れを支配する無次元パラメータであるストークス数 β およびＫＣ数について，β =400 および *KC*=0.5 とした計算結果を図４に，β =400 および *KC*=3.0 とした計算結果を図５に示す．

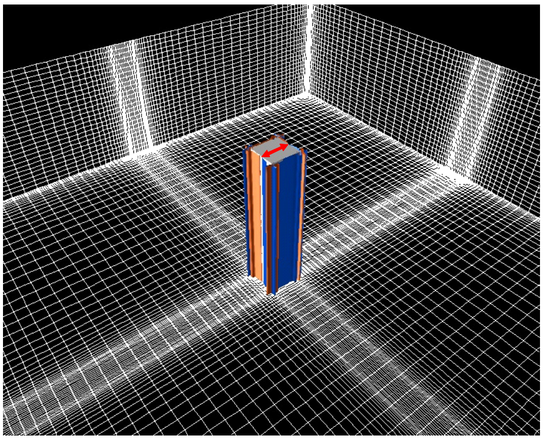

図４　振動角柱周り流れの渦度分布（β=400, *KC*=0.5）

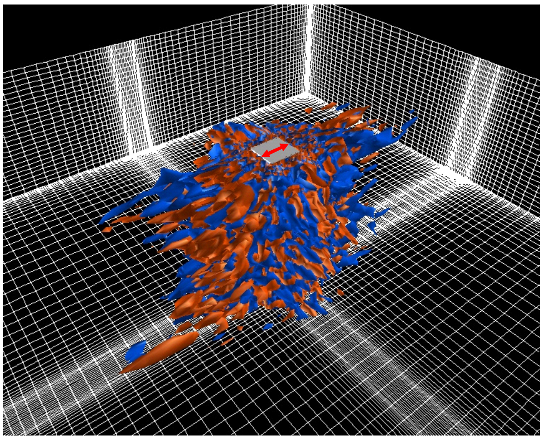

図５　振動角柱周り流れの渦度分布（β=400, *KC*=3.0）

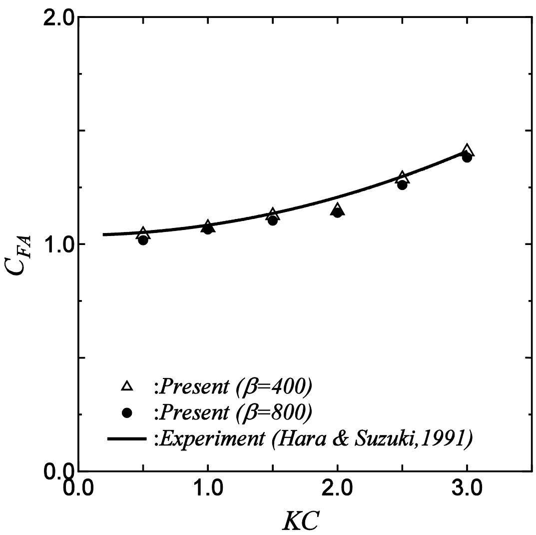

図６　流体反力係数の計算結果

これらの図には角柱の軸方向の渦度の等値面（赤が正，青が負）が示されている．β および *KC* の値が小さい場合には，図４のように２次元的な渦構造となるが，β あるいは

KC の値を増加させると流れ場が不安定化し，図５に見られるような３次元的な渦構造が現れる．このような数値計算を β および KC 数を変化させて実施し，流体反力係数 C_{FA} を算出した結果を図６に示す．流体反力係数については，KC 数には依存するが β にはあまり依存しないという実験結果が報告されているが，本研究の数値計算でもこの結果が確認された．

(8) 上記以外に，非圧縮性流れの検証計算として平板チャネル乱流のＤＮＳとバックステップ乱流のＤＮＳ，移動格子の検証計算として回転系振動格子乱流のＤＮＳ，さらに工学的応用問題への適用例としてピストン式コンプレッサ内流れの数値計算を実施しているが，これらは学会発表を参照されたい．

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計３件）

①Tamano, S., Itoh, M., Hotta, S., Yokota, K., Morinishi, Y., Effect of rheological properties on drag reduction in turbulent boundary layer flow, Physics of Fluids, Vol.21 (2009), 055101, 査読有り.

②Morinishi, Y., Tamano, S., Nakamura, E., New scaling of turbulence statistics for incompressible thermal channel flow with different heat flux gradients, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol.50 (2007), pp.1781-1789, 差読有り.

③森西洋平，低マッハ数圧縮性流れの数値シミュレーションに対する移流項の型と自乗量保存形差分スキーム，日本機械学会論文集(B 編)，第 73 巻 726 号(2007)，pp.451-458，差読有り.

〔学会発表〕（計１６件）

①森西洋平，振動格子乱流の乱れ減衰における回転の効果，日本機械学会東海支部第 58 期総会・講演会，2009 年 3 月 18 日，岐阜.

②森西洋平，ピストン式コンプレッサにおける流体－構造連成問題の数値解析，第 22 回数値流体力学シンポジウム，2008 年 12 月 19 日，東京.

③森西洋平，自乗量保存形差分スキームを用いたオープンキャビティ流れの音響解析，第 22 回数値流体力学シンポジウム，2008 年 12 月 19 日，東京.

④森西洋平，移動格子に対する自乗量保存形差分スキームを用いた振動角柱周り流れの数値解析，第 22 回数値流体力学シンポジウム，2008 年 12 月 18 日，東京.

⑤森西洋平，静止ステップ壁と移動平行平板壁間のバックステップ乱流の乱れ分布，第 6 回日本流体力学会中部支部講演会，2008 年 11 月 8 日，名古屋.

⑥森西洋平，非圧縮性流れの完全保存形差分スキームに対する JFNK 法，日本流体力学会年会 2008，2008 年 9 月 4 日，神戸.

⑦森西洋平，静止ステップ壁と移動平行平板壁間のバックステップ乱流の回復域の乱流統計量，日本機械学会東海支部第 57 期総会・講演会，2008 年 3 月 11 日，名古屋.

⑧森西洋平，移動格子に対する自乗量保存形差分スキーム，第 21 回数値流体力学シンポジウム，2007 年 12 月 20 日，東京.

⑨森西洋平，コンパクト差分による非圧縮性流れの計算スキームについて，第 21 回数値流体力学シンポジウム，2007 年 12 月 20 日，東京.

⑩ Morinishi, Y., Backward-facing step flow between step-side stationary and moving walls, 5th Int. Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, August 28, 2007, Munich in Germany.

⑪Morinishi, Y., Wall asymptotic behavior of subgrid scale stress for large eddy simulation, 5th Joint ASME/JSME Fluid Engineering Conference, July 30, 2007, San Diego in USA.

⑫森西洋平，静止ステップ壁と移動平板間のバックステップ乱流の LES，日本機械学会東海支部第 56 期総会・講演会，2007 年 3 月 8 日，静岡.

⑬森西洋平，圧縮性乱流解析のための自乗量保存形移流項差分，第 22 回生研 TSFD シンポジウム，2007 年 3 月 1 日，東京.

⑭森西洋平，熱流束勾配が異なる平板チャネル乱流の DNS，第 20 回数値流体力学シンポジウム，2006 年 12 月 20 日，名古屋.

⑮森西洋平，圧縮性流体に対する移流項の skew-symmetric 型，第 20 回数値流体力学シンポジウム，2006 年 12 月 19 日，名古屋.

⑯森西洋平，低マッハ数圧縮性乱流の非定常数値シミュレーションに適した自乗量保存形移流項スキーム，日本機械学会第 19 回計算力学講演会，2006 年 11 月 4 日，名古屋.

〔その他〕

森西研究室ホームページ

http://morinishi.mech.nitech.ac.jp/

６．研究組織

(1)研究代表者

森西　洋平（MORINISHI YOHEI）

名古屋工業大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：40222351

(2)研究分担者

玉野　真司（TAMANO SHINJI）

名古屋工業大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：40345947