

平成21年5月29日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2006～2008  
 課題番号：18500218  
 研究課題名（和文） 非正則データにおける多変量多重比較法の開発と応用に関する研究  
 研究課題名（英文） A study of multivariate multiple comparison procedure in non-regular data and its applications  
 研究代表者  
 瀬尾 隆 (SEO TAKASHI)  
 東京理科大学・理学部・准教授  
 研究者番号：00266909

## 研究成果の概要：

正規母集団のもとでの平均ベクトル間の多変量多重比較法の保守性に関連して、母集団の数が4つの場合の対比較と対照比較に対する保守性について、未解決であった理論的証明を与えた。またデータに欠損が生じた場合の非正則データにおける平均ベクトルの同等性検定及び同時信頼区間の構成を2標本問題さらに一般のk標本問題に拡張することを考え、分散共分散行列にある種の構造を仮定した場合の正確な検定統計量の導出と数値的反復法による尤度比検定統計量の導出に成功した。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	800,000	0	800,000
2007年度	600,000	180,000	780,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	390,000	2,490,000

研究分野：数理統計学

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：統計数学・統計理論・多変量解析・漸近展開

## 1. 研究開始当初の背景

多変量統計解析理論において、通常、

- (a) 母集団が多変量正規分布に従うこと (母集団分布の正規性)
- (b) 得られたデータベクトルの成分が欠損していないこと(完全データ)

の仮定は、複雑になる問題を単純化することによって理論展開が可能となるための仮定(前提)であり、多くの理論および統計的手法

はこの前提のもとで展開され構築されている。しかしながら、現実問題の中で取り扱われるデータセットにおいてはこの前提が満たされているとは限らず、満たされない状況は数多く存在する。以下ではこのような仮定が満たされないデータを「非正則データ」と呼ぶことにする。

そこで、本研究の構想として、多変量統計解析理論の分野である複数母集団における平均ベクトルの同等性検定論およびその多重比較法の統計理論に焦点を絞り、非正則データにおける多変量多重比較法の理論および

びその統計的手法の開発と現実問題への応用について研究を行う。

## 2. 研究の目的

以下の3点について明らかにすることを目的とする。

(1) 仮定(a)が成り立つ場合と成り立たない場合の多変量多重比較法の保守性問題を調べる。

(2) 仮定(a)が成り立たない設定, すなわち, 母集団が多変量正規分布でない非正規分布(楕円分布やさらには一般分布も含む)に従うときの平均ベクトルに関する多重比較法の開発とその非正規性による効果を調べる。

(3) 仮定(b)が成り立たない設定, すなわち, データが不完全データであるとき, 2標本問題およびk標本問題における平均ベクトルに関する同等性検定と同時信頼領域の開発をする。

## 3. 研究の方法

(1) まず, 先行研究である学術論文を熟読し, 現在考えている問題に拡張して適用できないかを調べる。

(2) 数式処理ソフトを用いて, 統計量の計算や計算チェックを行う。

(3) 乱数を用いた大規模なモンテカルロ・シミュレーションを行うことによって理論的結果の検証と数値的評価を行う。

## 4. 研究成果

### (1) 平成18年度

① 多変量正規母集団のもとの平均ベクトル間の対比較に対する多変量多重比較法の保守性に関連して, 母集団の数が3つの場合の保守性の性質をまとめ, その上限に関する結果を導出することに成功した。この成果は, 日本統計学会誌36巻(2006)に掲載されている。さらに, 母集団の数が4つの場合の対比較に対する保守性について, 未解決であった多変量一般化テューキー予想の理論的証明とその保守性の程度を表す上限を理論的に与え, モンテカルロ・シミュレーション実験により詳細に検証し, 学術雑誌 American Journal of Mathematical and Management Sciences, 28巻に掲載されている。

② データに欠損が生じた場合の非正規データにおける平均ベクトルの同等性検定及び同時信頼区間の構成を2標本問題さらに一般のk標本問題に拡張することを考え, 詳細なモンテカルロ・シミュレーション実験を行い検証した。特に, 分散共分散行列にある種の構造を仮定した場合の正確な検定統計量の導出と数値的反復法による尤度比検定統計量の導出に成功した。

③ 多変量解析における検定統計量の分布の漸近展開近似式は, 確率ベクトルの次元が大きくなると, 正則な条件の下でさえもその近似精度は不安定なものとなることが知られている。この研究では, 研究分担者を中心に, 確率ベクトルの次元数が大きくなった場合でも, 利用可能な検定統計量の提案し, その分布の漸近展開式を第3次項まで求め, その近似精度をモンテカルロ・シミュレーション実験により検証した。結果は海外の学術専門雑誌に投稿中である。

### (2) 平成19年度

① 正規母集団のもとの多変量多重比較法の保守性について, 平成18年度では対比較に対する保守的な多変量テューキー・クレイマー法の保守性の程度を表す上限とその時の共分散構造の性質を与えたが, 平成19年度は, それらのアイデアをもとに, 対照比較の場合に対応する保守的な同時信頼区間の構成法の保守性の程度を議論し, 対比較の結果とは異なる保守性の上限とその時の分散共分散構造の条件式を導出することに成功した。このことは, 対比較と同様, 保守性の程度を知るひとつの重要な結果となっている。成果は学術雑誌 Journal of Statistical Planning and Inference, 138に掲載されている。

② 平成18年度に引き続き, 欠測値がある場合の平均ベクトル間の多重比較法について, 分散共分散が異なる場合を議論し, いくつかの理論的結果を得て, モンテカルロ・シミュレーション実験を通して, 重要となる尤度比検定統計量などの漸近的性質を詳細に調べた。

③ さらに, 分散共分散行列そのものの同等性検定と分散共分散行列が一樣構造などある種の構造をもつかどうかについて, 最尤推定量を反復法によって数値的に求めることにより, それらの尤度比検定統計量の導出とそのカイ2乗分布の漸近的近似精度をモンテカルロ・シミュレーションにより評価した。また, 欠測がない完全データの場合に導出されているカイ2乗近似精度を改善する修正尤度比検定統計量を基に, 欠測がある場合に適用可能な新たな修正尤度比検定統計量を提案することに成功した。

### (3) 平成20年度

① 欠測値が含まれるデータで, 得られたデータが多変量正規分布に従う場合の平均ベクトルの同等性検定および同時信頼区間の構成について, 特に2標本問題において平成19年度より議論してきた群ごとに標本数が異なる場合と群ごとに分散共分散行列が異なる場合に対する理論的成果とモンテカルロ・シミュレーション実験結果を論文として

まとめ、学術雑誌に投稿した。

② 非正規データの一つとして、データが正規母集団でなく、非正規分布の一つである楕円母集団のもとでの平均ベクトルの多重比較法の開発について、まず、準備として多変量正規性検定問題について注目し、多変量正規性のもとでの多変量標本尖度・歪度の統計量のより精密な漸近分布の導出とその性質(統計量の期待値や分散に対する漸近展開)を与えた。特に、多変量標本尖度の分布については、正規化変換統計量の導出と大規模なモンテカルロ・シミュレーション実験による詳細な数値実験を行った。成果は論文としてまとめ、現在、学術雑誌に投稿中である。

③ 微分作用素を利用して、各種検定統計量の漸近分布を導出する手法は、古くから有効な手段として用いられているが、多変量一般分布の下で同様な微分作用素を導出することにより、簡便に各種統計量の分布の漸近展開を明示することに成功した。この成果は、研究分担者を中心に得た成果であり、対象とする統計量は、ホテリングの統計量、1元多変量分散分析に用いられるウィルクスのラムダ統計量などである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① Nishiyama, T. and Seo, T.  
The multivariate Tukey-Kramer multiple comparison procedure among four correlated mean vectors, *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 28(2008). 査読有
- ② Seo, T. and Nishiyama, T.  
On the conservative simultaneous confidence procedures for multiple comparisons among mean vectors, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 138(2008), 3448–3456. 査読有
- ③ Kakizawa, Y. and Iwashita, T.  
Hotelling's one and two-sample  $T^2$  tests and the multivariate Behrens-Fisher problem under nonnormality, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 138(2008), 3379–3404. 査読有
- ④ Kakizawa, Y. and Iwashita, T.  
A comparison of higher-order local powers of a class of oneway MANOVA

tests under general distributions, *Journal of Multivariate Analysis*, 99(2008), 1128–1153. 査読有

- ⑤ Seo, T. and Nishiyama, T.  
Multivariate Tukey-Kramer type multiple comparison procedures and their conservativeness, *Journal of the Japan Statistical Society, Japanese issue*, 36(2006), 79–89. 査読有
- ⑥ Koizumi, K. and Seo, T.  
Simultaneous confidence intervals for all contrasts of the means in repeated measures with missing observations, *SUT Journal of Mathematics*, 42(2006), 133–144. 査読有
- ⑦ Seo, T. Kikuchi, J. and Koizumi, K.  
On simultaneous confidence intervals for all contrasts in the means of the intraclass correlation model with missing data, *Journal of Multivariate Analysis*, 97(2006), 1976–1983. 査読有
- ⑧ Okamoto, N., Miura, N. and Seo, T.  
On the distributions of some test statistics for profile analysis in elliptical populations, *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 26(2006), 1–31. 査読有

[学会発表] (計 5 2 件)

- ① Kazuyuki Koizumi, Takashi Seo,  
Multivariate Multiple Comparison Procedure Among  $k$  Mean Vectors in Repeated Measures with Missing Data, International Conference on Interdisciplinary Mathematical & Statistical Techniques (IMST2008), University of Memphis, USA, 2008 年 5 月 18 日.
- ② 浜本功司, 瀬尾隆, Asymptotic Distribution of Test Statistic for Covariance Matrices in  $k$ -sample Problem with Missing Observations, 第 7 回西東京統計研究会, 東京理科大学, 2008 年 2 月 27–28 日.
- ③ 千代岡那王, 瀬尾隆, Likelihood Ratio Tests for Covariance Matrices with Missing Data, 第 7 回西東京統計研究会, 東京理科大学, 2008 年 2 月 27–28 日.
- ④ 熊谷和也, 瀬尾隆, On the Test for

- Equality of Two Covariance Matrices in Familial Data, 第7回西東京統計研究会, 東京理科大学, 2008年2月27-28日.
- ⑤ 小泉和之, 瀬尾隆, 一様構造をもつ不完全データに対する平均ベクトルの多変量多重比較法について, 科研費シンポジウム「統計科学における数理的手法の理論と応用」, 北海道大学, 2007年12月5-7日.
- ⑥ Kazuyuki Koizumi, Toshiya Iwashita, Takashi Seo, Testing equality of two mean vectors with uniform covariance structure when missing observations occur, 5th International Conference on Multiple Comparison Procedures(MCP2007), University Campus-Altes AKH, ウィーン(オーストリア), 2007年7月10日.
- ⑦ 小泉和之, 瀬尾隆, 欠測データを含む一様構造モデルのもとでの2つの平均ベクトルに対する同等性検定について, 統計関連学会連合大会, 神戸大学, 2007年9月6-9日.
- ⑧ Kazuyuki Koizumi and Takashi Seo, Testing equality of two mean vectors in the intraclass correlation model with missing data, 15th International Conference of the Forum for Interdisciplinary Mathematics on Interdisciplinary Mathematical & Statistical Techniques(IMST2007), Hope Hotel, Shanghai, China, 2007年5月23日.
- ⑨ 小泉和之, 瀬尾隆, 一様構造をもつ不完全データに対する2標本問題における平均ベクトルの同等性検定について, 日本計算機統計学会, 倉敷市芸文館, 2007年5月30-31日.
- ⑩ Takashi Seo, The multivariate Tukey-Kramer type multiple comparison procedures among mean vectors, International Conference on Multivariate Statistical Methods in the 21st Century: The Legacy of Prof. S.N. Roy, Eastern Zonal Cultural Centre, Kolkata, India, 2006年12月29日.
- ⑪ 小泉和之, 瀬尾隆, Simultaneous confidence intervals for multiple comparisons among mean vectors in the intraclass correlation model with missing data, 日本計算機統計学会, 東京大学, 2006年10月26-27日.
- ⑫ 海老原渉, 瀬尾隆, 不完全データに対する平均ベクトル間の同等性検定と同時信頼区間について, 統計関連学会連合大会, 東北大学, 2006年9月6-8日.
- ⑬ 小泉和之, 瀬尾隆, 欠測値をもつ一様構造モデルにおける平均ベクトル間の同等性検定と同時信頼区間について, 統計関連学会連合大会, 東北大学, 2006年9月6-8日.
- ⑭ Kazuyuki Koizumi and Takashi Seo, Simultaneous confidence intervals for all contrasts of the means in repeated measures with missing observations, International Conference on Interdisciplinary Mathematical & Statistical Techniques(SCRA2006), Polytechnic Institute of Tomar, Tomar, Portugal, 2006年9月2日.
- ⑮ 小泉和之, 瀬尾隆, Simultaneous confidence intervals of the means in the intraclass correlation model with general missing data, 日本計算機統計学会, 同志社大学京田辺キャンパス, 2006年5月20-21日.

(その他 37件)

[図書] (計 0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0件)

○取得状況 (計 0件)

[その他]

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

瀬尾 隆 (SEO TAKASHI)

東京理科大学・理学部・准教授

研究者番号: 00266909

##### (2) 研究分担者

岩下 登志也 (IWASHITA TOSHIYA)

東京理科大学・理工部・准教授

研究者番号: 20266919

##### (3) 連携研究者