

平成 21 年 4 月 30 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18530711

研究課題名（和文） 数学教育における数理的思考の広がりを図る研究

研究課題名（英文） Study on the design of broadening mathematical thinking in the mathematics education

研究代表者

今岡 光範 (IMAOKA MITSUNORI)

広島大学・大学院教育学研究科・教授

研究者番号：20031817

研究成果の概要：本研究では、今日の数学教育の課題に即し、高校生や数学教師をめざす大学生の数理的思考の広がりを図る教育の改善を具体的に提案した。特に、昭和の始めに発行された第一類・第二類の教科書の分析を行い、その今日の数学教育につながる面を生かした教材開発を行い、研究発表及び論文で公表した。また、数理的思考の広がりを図る具体策の一つとして、高校生及び大学生による数学の問題作りを実践し、その成果を研究発表及び論文で公表した。また、本研究の成果を示す冊子体の報告書も作成した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,300,000	0	1,300,000
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	600,000	3,900,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：数理，数学教育，教材開発，問題設定

1. 研究開始当初の背景

(1) 「数理」という表現には、数学の道理という響きがある。今日、学校数学などでの学びが、そのような数学のよさを味わうものに必ずしもなっていないという危惧が本研究の一つの動機である。数学の本来のよさは、理論の美しさや、正確な言語性、そして、類推、帰納、演繹、一般化などの推論の結晶といった、人間の想像性や創造性に深く関係していることである。そのよさを学ぶには、どうしても数学の道理を学ぶことが必要であり、それを数学教育の中でどのように具現す

るかを検討することが必要であると考えた。そして、数学そのものに対する考え方だけではなく、数学を基盤とする諸科学との関係を考えるということから、「数理的思考」という表現を用いた。また、数学が開かれたもので今なお発展していることを知ることが大事であるということから、課題名に「広がり」という表現を入れた。

その数理的思考の広がりを図る研究の中心として、事象を数学的に捉えていくという数学化の考えを実現する上で生きる教材の開発を行うこと、および、数理的思考を伸ば

す上での生徒の活動を活発化する方法を検討することを念頭に置いた。

(2) 本研究を始める前から、大きく二つのことに注目していた。一つは、戦時中に発行された中学校数学「第一類・第二類」の教科書である。もう一つは、生徒による数学の問題作りの活動である。本研究では、この二つを研究の柱に設定した。

前者の第一類・第二類の教科書の精神は、正に今日の数学教育に求められている、数学と社会との結びつきを図ることを強く意識したものである。これらの教科書は、決して効率よく知識を与えようとはしない。第一類では、代数、関数、統計を扱っているが、例えば、「図表」と呼ばれている、関数のグラフを軸にして事象と数学を結びつけようとしている。第二類では、幾何を扱っているが、例えば、リンク機構や歯車などの、理学・工学に実際現れる数理を多く用いて、生徒の図形・空間感覚を育てようとしている。

これらの教科書の目標が、本研究で求める課題に即していることから、まずはこれらの教科書を分析し、今日的に生かされる教材の開発の基軸にしようと考えた。

もう一つの、数学の問題作りの活動については、高校生や大学生による活動に焦点化している。というのも、これら後期中等教育や大学における問作活動の研究が行われていないからである。実際、問題作りの活動は、大正期の奈良附属小学校での実践やオープンエンドアプローチの研究などでの優れた実績があるが、これまでのほとんどの実践は小学校や中学校でのものであった。高校生対象の実践はごく限られたものでしかなく、ましてや大学生対象の実践はほとんどない。

そこで、問題作りの活動は、これら上級学年でも、数理的思考の広がりを図る上で有効であるという仮説に基づき、高校生や将来の数学教員めざす大学生を対象にした問題作りの活動を実際に行い、作られた問題やアンケートの回答などを通して実践を分析し、それを検証することを計画した。

2. 研究の目的

種々の教育調査などの結果が示しているように、今日の子どもたちには、問題を読み取る力や自らの思考を表現する記述力が弱いという傾向が見られる。それに対する数学教育での改善策として、型通りの訓練だけではなく、数理的思考の広がりを図る取り組みはいみがあることだと考える。そして、学校数学での生徒に対するものだけではなく、数学教員をめざす大学生にも自らの思考を発

展させる力を育てることが改善につながるものと考えられる。そのように、高校生や大学生の数理的思考の広がりを図る教育を具体化することが必要であるという視点に立ち、本研究では、次の(1)~(4)の課題を教科教育の研究として行い、その成果を発表することを目的とした。

(1) 1943~1944年に出された中等学校数学の第一類・第二類の教科書は、数理的思考の育成を強く意識して編纂されており、その内容構成は今日のものとは大きく異なる。これらの教科書を、教科内容と教科指導の両面から分析し、生徒の数理的思考の広がりにつながる要素を抽出し、今日的な視点でその優れた構成を活かす教材の開発を行う。

(2) 高校数学で数理的思考の広がりを図る教育を考えるとき、数学的活動の趣旨を生かすことが考えられる。しかし、そのような数学的活動の具体的なあり方は、十分に研究されているとはいえない。そこで、高校でのその主旨を生かすべく授業を行い、その分析を通してそのような活動のあり方を検討する。また、教育学部での教科専門の数学に関しても、数学教員をめざす学生の数理的思考を発展させるのに有効な教科内容のあり方はあまり研究されていない。そこで、そのような教科内容のあり方を検討し、大学生や現職の数学教員向けのテキストを編纂しその有効性を調べる。

(3) 数学教員をめざす学生を対象に、自らの数理的思考を発展させる目的で、学生によるコンピュータを活用した「数学の問題作り」を実践する。そして、その活動におけるコンピュータの役割、課題の適切な設定とその与え方、作られた問題の評価と有効な活用方法、その活動が数学の教員養成において果たす意義などを調べる。また、高校の数学教員の協力を要請し、高校生の「数学の問題作り」を実践し、その方法や課題を分析する。そして、その活動が、高校生の数理的な思考の広がりによりにどのように寄与するのかを調べる。

(4) 数理的思考の広がりを図る他の方法も検討する。特に、数学的モデルの活用は、高校数学にも有効であると考えられるが、その内容や指導に関して考察する。また、高等専門学校での技術者養成における数学に関して、数理的思考の広がりについても考察する。

3. 研究の方法

研究目的(1)に関しては、まずは文献研究を行い、その分析を遂行者間で討議し、出てきた問題点を調べることから、新しい教材の可能性を見出した。考案した教材内容を学会などで発表し、そこでの意見も踏まえて修正し、論文にまとめ、雑誌に掲載した。分析から得られた「近似性」の教材の研究では、授業実践を通して内容の再考察も行った。

研究目的(2)のテキスト執筆に関しては、それまでの大学での授業実践を振り返り、内容を焦点化することで、コンパクトにまとまった著書に仕上げた。数学的活動を生かす教材の考察に関しては、教材開発に対する授業実践も計画した。

研究目的(3)に関して、高校での授業実践を計画し、研究協力者の高校教師による授業実践を行った。作られた問題を調べ、発展的な内容を含むものを選別し、再度、授業で実践するという形式をとった。同時に、アンケートを常にとって、生徒の取り組みや情意面を調べた。大学での授業実践も行い、同じように、授業の方法、作られた問題とアンケートの分析を討議しながら進めた。得られた知見は、学会で口頭発表するとともに、論文にまとめ発表した。

4. 研究成果

2の研究の目的で述べた(1)~(4)の順に研究成果を記述する。

(1)に関して：「数理的思考の広がりを図る」ということをテーマにして、長崎県高校教育研究会数学部会で講演した。100名くらいの参加者があり、主催者からは好評をいただいた。

第二類の教科書を分析し、数学の工学的な応用面に関する教材を考察した。具体的には、「フレーム」の動きは、数理的思考の広がりを図る上で有効な教材性をもつことを示し、論文で公表した。

第一類の教科書を分析し、「図表」を介して事象と数学とを結びつける点に注目し、その面を「近似性」に生かした教材の開発を行い、実際に授業実践を行って、日本数学教育学会の論文発表会で研究発表した。近似性は数理的思考に欠かせない要素であり、その教材が工夫できることを示した。

数理的思考の広がりを図る目的で、小・中・高校及び大学の数学教育に一貫した教材が必要であると考え、多角形の内角・外角に関する教材の発展性を考察し、研究発表を行うとともに、論文にまとめて公表した。この考察では、角の考察に向きが本質的に関わり、それを意識化する教材が必要であるという認識の基で教材開発を行った。

今日、数理的思考との関係で注目されてい

る離散数学の教材性の一つとして、「格子」の教材性を調べ、空間格子の組合せ的性質を用いた教材の開発を行い研究発表した。その論文は、全国数学教育学会の数学教育学研究に受理され、現在、印刷待ちである。さらに、ディック経路という離散数学の題材が、豊富な教材性を宿していることが判明し、それに関わる格子性質を調べ研究発表を行った。

また、理学や工学などでよく用いられる概念の教材化に関して、ベクトルの外積に注目し、高校までの教材でも使える「垂直ベクトル」という概念を用いた教材開発を行い論文で公表した。

(1)の目的に関して、さらに実践を通して、数理的思考の広がりを図る教材の有効性を調べていくことが今後の課題である。

(2)に関して：数学教師のための著書を執筆した。これは、数学教員に求められる数学を端的にまとめたものであり、本研究の遂行者の二人は、それぞれの分担部分で、学校数学に関係する題材を取り上げ、図形教材に関係する幾何の内容、行列に関する内容、コンピュータを用いた数理モデルや問題作りに関係する内容を書き上げた。このテキストは実際の授業で用いているが、受講生には好評である。

(1)で述べた「近似性」に関する授業を高校生対象に実践し、質問用紙などを用いて生徒の数理に関する理解度などを調べた。しかし、数理的思考を図る教材を検証する、学校数学での授業実践は不十分であり、今後の課題として残された。

(3)に関して：高校生による問題作りの授業実践は、研究協力者の高校教師に研究協力を仰ぎ、かなり充実した研究成果が得られた。特に、高校生の場合、大学入試に出題されるような問題への関心は高く、それを回避するのではなく、それを直視し生かす方向での現実的な問題作りの方法を提案した。この成果は、日本数学教育学会誌に掲載され、編集委員会からも好評を得た。高校生の問題設定の活動は、それ以外にもいくつかの異なった場面を考案し、実際に授業実践を通して検証した。それらはいずれも研究発表し、論文にまとめ公表した。

将来の数学教師をめざす大学生の数理的思考を広げることにに関して、コンピュータを活用した問題設定の実践を行った。その成果は全国数学教育学会で研究発表し、論文を通して公表した。

問題設定に関する研究は、日本は先進的な国の一つであるが、国外でもいくつかの研究が行われている。本研究における成果を広く発信していくことが今後の課題である。

(4)に関して：

研究遂行者は、それぞれの専門性に関係した数理的思考の広がりを図る研究を続けた。同時に、自らの思考を広げる試みも行った。研究分担者の一人は数理モデルの教材性に関する研究を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① 菅野栄光, 下村哲, 今岡光範：高等学校における問題作りを取り入れた微分法の演算指導－機械的演習からの改善を目指して－, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第14巻, 111－117, 2008年, 査読有.
- ② 下村哲, 今岡光範：コンピュータを活用した数学の問題作り(IV)－原題の設定の考察を中心として－, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第13巻, 225－234, 2007年, 査読有.
- ③ 今岡光範, 速水誠：多角形の内角・外角の和に関する考察－図形の組合せ的性質の視点から－, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第13巻, 215－223, 2007年, 査読有.
- ④ 平岡賢治, 今岡光範：近似性に関する考察－数理的な広がりを図る教材の視点から－, 第40回数学教育論文発表会論文集, 日本数学教育学会, 379－384, 2007年, 査読有.

[学会発表] (計4件)

- ① 津島久美, 今岡光範：空間の格子の教材化に関する考察－空間図形教材の工夫の視点から－, 全国数学教育学会, 姫路市, 2009年1月25日.
- ② 下村哲, 今岡光範：コンピュータを活用した数学の問題作り(V), 全国数学教育学会, 姫路市, 2009年1月25日.
- ③ 菅野栄光, 下村哲, 今岡光範：高等学校における問題作りを取り入れた微分法の演算指導－機械的演習からの改善を目指して－, 全国数学教育学会, 鳥取市, 2008年1月27日.
- ④ 速水誠, 今岡光範：多角形の内角・外角の和に関する考察－図形の組合せ的性質の視点から－, 全国数学教育学会, 奈良市, 2007年1月28日.

[図書] (計2件)

- ① 今岡光範, 坂本隆則, 寺垣内政一, 丸尾修：教員のための数学 I, 代数・幾何, 41－58, 121－154, 培風館, 2007年.
- ② 池島良, 景山三平, 下村哲：教員のため

の数学Ⅱ, 解析・統計・コンピュータ, 115－163, 培風館, 2007年.

[その他]

本研究成果報告書：「数学教育における数理的思考の広がりを図る研究」, 今岡光範, 1－85, 2009年3月, 広島大学学術情報リポジトリ (<http://ir.lib.hiroshima-u.ac.jp/portal/>).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

今岡 光範 (IMAOKA MITSUNORI)
広島大学・大学院教育学研究科・教授
研究者番号：20031817

(2) 研究分担者

平岡 賢治 (HIRAOKA KENJI)
長崎大学・教育学部・教授
研究者番号：10315210

下村 哲 (SHIMOMURA TETSU)

広島大学・大学院教育学研究科・准教授
研究者番号：50294476

(3) 連携研究者