

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540010

研究課題名（和文） 簡約可能概均質ベクトル空間の分類とその応用

研究課題名（英文） A classification of reductive prehomogeneous vector spaces and its applications

研究代表者

木村 達雄 (KIMURA TATSUO)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・教授

研究者番号：30022726

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数一般

## 1. 研究計画の概要

大目標はスカラー倍が独立に作用する場合の簡約可能概均質ベクトル空間の分類の完成であるが、これは極めて難しいとされている（Kac や Luna など）。しかし色々な場合が分類できる可能性があるので着実に研究を進めたい。

## 2. 研究の進捗状況

大目標はすべての簡約可能概均質ベクトル空間の分類の完成である。言いかえると既約成分の個数を1、簡約可能代数群の単純成分の個数を  $k$  とした場合に、すべての  $k$  と1に対して分類を完成することであるが、現在のところ完成しているのは、 $l=1$  の場合と  $k=1,2$  の場合だけで、それ以外は  $l=2$  あるいは  $k=3$  の一部の場合が出来ているだけで、それ以外は何か数学的に重要な条件があるいくつかの場合に出来ているだけである。

実際には既約弱球等質空間の分類を、ある種の概均質ベクトル空間の分類に帰着させて完成した（2006）。またI型の2単純概均質ベクトル空間の相対不変式の具体的な形を知ることは  $b$  関数やゼータ関数の関数等式の計算にも必要な場合があるが、それを完全に決定した（2007）。また大島利雄教授の超幾何関数と概均質ベクトル空間の研究から、 $(G \times \mathrm{SL}_n, \rho \otimes \Lambda_1)$  というタイプの概均質ベクトル空間で有限軌道を持つものの分類を要請されたので、それも完成した（2008）。現在  $l=2$  および  $k=3$  の分類の未完成の部分の研究が進められているが、すでにそこに本質的な難しさが表れてきている。そこで  $k=3$  の場合の未解決部分の中心的な部分である3つの特殊線形代数群

の標準表現のテンソル表現の場合について、具体例の計算があまりにも大変なのでコンピュータで概均質性を判定するプログラムを院生とともに開発した。そして数値が小さい場合に概均質ベクトル空間の表も得られたが、今後はこれをもとに分類理論を構成できる可能性が出てきた。また全体の分類を一般的に考えたことにより  $k$  や  $l$  を固定した場合には得られなかった新しい知見がいろいろ得られた。

## 3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由)

全体を解くプログラムはまだ見つからないが、新しい結果が次々に得られている。

## 4. 今後の研究の推進方策

全体の分類計画をさらに押し進める一方で、2個の既約成分を持つ場合とか3単純概均質ベクトル空間のタイプIIの場合の研究も同時に進める。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計3件)

① T. Kimura, T. Kamiyoshi, N. Maki, M. Ouchi and M. Takano;

A classification of representations  $\rho \otimes \Lambda_1$  of reductive algebraic groups  $G \times \mathrm{SL}_n$  ( $n$

$\geq 2$ ) with finitely many orbits, A.G.G  
vol 25(2008)115-160 (査読有)

② T. Kimura, T. Kogiso and K. Sugiyama;  
Relative invariants of 2-simple  
prehomogeneous vector spaces of type I ,  
J.Algebra vol. 308 (2007) 445-483  
(査読有)

③ T. Kimura, D. Takeda and T. Kamiyoshi;  
A classification of irreducible weakly  
spherical homogeneous spaces,  
J.Algebra vol.302 (2006) 445-483  
(査読有)

〔学会発表〕(計2件)

① 木村達雄 「簡約可能概均質ベクトル空間  
の分類の現状」2008/11/29 「簡約可能概均  
質ベクトル空間の分類理論」研究集会、つく  
ば国際会議場

② 木村達雄、神吉知博、大内将也 「有限軌  
道をもつ  $(G \times GL(n), \rho \otimes \Lambda_1)$  ( $n \geq 2$ ) の分  
類」2008/3/24 日本数学会、近畿大学

〔図書〕(計1件)

① 木村達雄編 佐藤幹夫の数学 日本評論  
社 (2007)、総頁数376頁