

平成 21 年 5 月 12 日現在

研究種目： 基盤研究(C)

研究期間： 2006～2008

課題番号： 18540020

研究課題名(和文) 数系タイル張りとは非周期的離散構造

研究課題名(英文) Number theoretical tiling and aperiodic discrete structure

研究代表者

氏 名：秋山 茂樹 (Akiyama Shigeki)

所 属：新潟大学・自然科学系・准教授

研究者番号：60212445

研究成果の概要：準結晶等の非周期的離散構造は研究対象としては統一的な扱いの難しいものであるが自己相似性をもち特定パターンが正の頻度で繰り返す場合には、置換規則の幾何学的実現、数系タイルの双対タイル張りなどを通じて数学的研究が進んでいる。対応する自己相似タイル張りの力学系は強エルゴード的となり、そのスペクトル型の研究も重要である。本研究では、数系タイル力学系が純離散スペクトルを持つか否かという問題と密接に関連する数系の有限性、弱有限性について様々な結果を得た。特に有限性を特徴付けるために、シフト基数系を導入したことが今回の研究の最大の成果である。これは簡単な格子状の離散力学系ではあるが、「良い」タイル張り力学系のモジュライ空間のような概念となっており更なる研究の発展が必要とされている重要なものである。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,200,000	0	1,200,000
2007 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2008 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
総 計	3,400,000	660,000	4,060,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：Pisot 数、非周期性、自己相似、数系タイル、離散力学系、記号力学系、領域交換、シフト基数系

1. 研究開始当初の背景

秋山は Thurston の導入した数系の双対タイルについて研究をしてきた。非周期離散構造を作り出す手法としては他に Rauzy, Arnoux-Ito による置換規則力学系の幾何学的実現も強力な方法である。もう一つの非周期離散構造の研究方法として対応するタイル力学系のスペクトル解析による方法も良く知られている。これらの関連する研究を総合的に捕らえて研究する必要が感じられた。特に有限性を広い枠組みで捕らえなおすことが重要であった。

2. 研究の目的

多岐にわたる分野横断的総合研究である。第一に数系タイル構成を利用し数論的アルゴリズムの周期軌道、純周期軌道をしらべまたフラクタルタイルの位相構造を詳しく調べる。第二に数系の有限性のモジュライ空間であるシフト基数系の性質をさらに詳しく研究する。第三に射影法による準周期構造との関係をより詳しくしらべる。

3. 研究の方法

誘導力学系が元の力学系とアフィン同値に

なる場合、自己誘導構造をもつという。数論に応用されるような多くの重要な離散力学系では自己誘導構造のスケール変換に Pisot 数という特別な代数的数が表れる。この現象はそれ自体大変深いもので、準周期性と自己相似性が共存する体系にはある種の代数的な仕組みが内在することを示唆している。この作業仮説を様々な状況に当てはめることにより興味深い結果が導かれる。

4. 研究成果

主な成果は以下のとおりである。数系の有限性について、そのモジュライ空間であるシフト基数系を導入することで大きな成果を得た。(Acta Arith 06, DM 06, Osaka 08)。これにより有限性をもつ広い領域を与えることができ、国際的共同研究が進んでいる。

一次元無理回転のコード化の場合、任意のトーラスの分割に関するコード化が自己誘導構造を持つ場合を分類した。(J.Math. Japan 07)

有理数を底とする展開を用いて、固定した有理数の冪の小数部分の分布を調べた。(Israel 08)

シフト基数系のパラメータが単位円周上に根を持つ場合は離散的回転の力学系と対応する。この場合、起動が周期的になるかどうか知られていない。二次の有理回転に対応する場合に周期性を示した。(Periodica 06, Tsukuba 08)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 13 件)(以下全て査読有)

1. S. Akiyama, H. Brunotte, A. Petho, J. Thuswaldner, Generalized radix representations and dynamical systems II, Acta Arith. 121 (2006), 21-61.
2. S. Akiyama, H. Brunotte, A. Petho, Wolfgang Steiner, Remarks on a conjecture on certain integer sequences, Periodica Math. Hungar. 52 (2006), 1-17.
3. S. Akiyama, Positive finiteness of number systems, in 'Number Theory' Tradition and Modernization, (Developments in Mathematics 15), Springer (2006) 1-10.
4. S. Akiyama, Pisot number system and its dual tiling, 'Physics and Theoretical Computer Science', ed. by J.P. Gazeau et al., IOS Press (2007)

133-154.

5. S. Akiyama and M. Shirasaka, Recursively renewable words and coding of irrational rotations, J. Math. Soc. Japan. 59 (2007) no.4, 1199-1234.
6. S. Akiyama, H. Brunotte, A. Petho and J. Thuswaldner, Generalized radix representations and dynamical systems III, Osaka Journal of Mathematics Vol.45 (2008) No.2, 347-374.
7. S. Akiyama, H. Brunotte, A. Petho and W. Steiner, Periodicity of certain piecewise affine planar maps, Tsukuba J. Math., Vol.32 (2008) no.1, 197-251.
8. S. Akiyama, Ch.Frougny and J. Sakarovitch, Powers of rationals modulo 1 and rational base number systems, Israel Journal of Mathematics Vol.168 No.1 (2008) 53-91.
9. S. Akiyama, G. Barat, V. Berthe and A. Siegel, Boundary of central tiles associated with Pisot beta-numeration and purely periodic expansions, Monatshefte fur Mathematik Vol.155 (2008) 377-419.
10. S. Akiyama and D.Y. Kwon, Constructions of Pisot and Salem numbers with flat palindromes, Monatshefte fur Mathematik Vol.155 (2008) 265-275.

他 3 篇

[学会発表](計 33 件)

1. S. Akiyama, Discretized rotation and domain exchange, 中山大学华南理工大学合同ワークショップ「Fractal and Tiling 2006」, 台湾, 2006 年 5 月 3 日
2. S. Akiyama, Pisot dual tiling and shift radix system, 香港中文大学数学部セミナー, 中国, 2006 年 5 月 9 日
3. S. Akiyama, 離散回転に付随する領域交換, 数理解析研究所シンポジウム「力学系理論の最近の発展」京都大学, 2006 年 6 月 26 日

4. S. Akiyama , 3/2 based number system, 第四回日中セミナー準備会 (近畿大学) 2006年7月16日
5. S. Akiyama , Rational based number system and Mahler's problem, 日中セミナー(Weihai, China), 2006年8月30日
6. S. Akiyama , Quasi periodic patterns and fractals, Aperiodic 2006 (Zao, Miyagi), 2006年9月20日
7. S. Akiyama , 3/2 number system and a problem of Mahler, Rainwater Seminar (ワシントン大, Seattle, USA), 2006年10月3日
8. S. Akiyama , 3/2 number system and Mahler's problem , International Conference on Number Theory, HRI Allahabad, India, 2006年12月1日
9. S. Akiyama , Recursive renewable words and coding of rotation I, II, 金沢大学ワークショップ「数論とエルゴード理論」2007年2月12日
10. S. Akiyama , Recursive renewability and primitive substitutiveness of rotation words, AMS 2007 Spring Southeastern Section Meeting, Davidson College, NC, USA, 2007年3月3日
11. S. Akiyama , Discretized rotation and domain exchange, Colloquium of Department of Math. Georgia-Southern University, USA, 2007年3月9日
12. S. Akiyama , 数系タイリング (Delone 集合、タイルの定義) ---I 数系タイリング (マルコフ分割、トーラス同型) ---II 数理解析研究所共同研究「準周期的タイル張りとその周辺」京都大学, 2007年3月19-20日
13. S. Akiyama , Coding of an irrational rotation, a different view, 1-st Journees de Numeration, TU Graz, Austria, 2007年4月20日
14. S. Akiyama , 離散回転列の周期性について, 首都大学東京, 整数論セミナー, 2007年5月15日
15. S. Akiyama , Pentagonal packing and S-adic system , Workshop "substitutions and tilings", Porquerolles, France, 2007年6月11-14日
16. S. Akiyama , The prospect of Shift Radix System, 金沢大学ワークショップ「数論とエルゴード理論」2007年9月29日
17. S. Akiyama , Coding of irrational rotation: recursively renewable structure, 数理解析研究所共同研究「解析的整数論とその周辺」京都大学, 2007年10月19日
18. S. Akiyama , Several coincidence conditions in tiling dynamical system, 数理解析研究所共同研究「準周期構造のスペクトル解析と関連する話題」京都大学, 2007年11月20日
19. S. Akiyama , Shift radix system: a bridge between number theory and symbolic dynamics, International Conference on Uniform Distribution, CIRM, Marseille (France) 2008年1月21日
20. S. Akiyama , 準周期離散構造の数学的(人工的)構成, 日本物理学会領域6: 複雑秩序系における幾何学と物理, 近畿大学, 2008年3月24日
21. S. Akiyama , Pentagonal tiling and beta expansion associated to a domain exchange, 金沢大学ワークショップ Number Theory and Ergodic Theory 2008年4月27日
22. S. Akiyama , Some applications of rational based number system, Journees de Numeration 2008, Prague TU, Czech, 2008年5月27日
23. S. Akiyama , On the pentagonal rotation sequence, General Colloquium, Mathematisch Instituut, Leiden Univ., Holland, 2008年6月5日
24. S. Akiyama , タイル張り力学系の一致条件と Pisot 数 I-V, 高知大学研究集会「準周期タイリング及びその関連する話題」2008年6月19日-6月22日
25. S. Akiyama , 楕円 L 関数の Riemann 予想と数値計算, 数理解析研究所共同研究

「L 関数の値分布と関係する数論的な諸関数の研究」, 京都大学, 2008 年 7 月 2 日

26. S. Akiyama , Pure periodic orbits of non-unit Pisot beta expansion, Workshop on 'Fractal Geometry and Tiling' in Sun Yat-Sen University, Guangzhou, China, 2008 年 7 月 19 日
27. S. Akiyama , Coding of domain exchange associated with discretized rotations, 第 5 回日中セミナー, 近畿大学, 2008 年 8 月 28 日
28. S. Akiyama , Coding of irrational rotation, a different point of view, 北京科技大学、清華大学「Conference on Fractal Geometry and Ergodic Theory」, 中国, 2008 年 11 月 1 日
29. S. Akiyama , 自己誘導構造と Pisot 数, 東北大学, CREST 談話会, 2009 年 1 月 10 日
30. S. Akiyama , Pisot タイル張りチュートリアル, 東北大学, CREST 連続講義, 2009 年 1 月 11 日-13 日
31. S. Akiyama , Pisot expansion in self-inducing systems, 金沢大学「Number Theory and Ergodic Theory 2009 January」, 2009 年 2 月 1 日
32. S. Akiyama , Topology of tiles generated by number systems, 日本大学理工学部「Diophantine Analysis and Related Fields 2009」2009 年 3 月 1 日
33. S. Akiyama , Finiteness and periodicity of beta expansions - number theoretical and dynamical open problems, Numeration: Mathematics and Computer Science, CIRM, Marseille (France) 2009 年 3 月 24 日

〔図書〕(計 1 件)

1. Probability and Number Theory-Kanazawa 2005, Ed. S. Akiyama, K. Matsumoto, L. Murata, H. Sugita, Advanced Studies in Pure Mathematics, 49, AMS, 2007

〔その他〕

研究成果詳細は Web Page 参照。

<http://mathweb.sc.niigata-u.ac.jp/~akiy>

[ama/index_j.html](#)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

秋山 茂樹 (Akiyama Shigeki)
所属 新潟大学・自然科学系・准教授
研究者番号: 60212445

(2) 研究分担者

小松 和志 (Komatsu Kazushi)
所属 高知大学・
教育研究部自然科学系・准教授
研究者番号: 00253336

(3) 連携研究者

伊藤 俊次 (Ito Shunji)
所属 金沢大学・
大学院自然科学研究科・教授
研究者番号: 30055321

谷川 好男 (Tanigawa Yoshio)
所属 名古屋大学・
大学院多元数理研究科・准教授
研究者番号: 50109261