

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540026

研究課題名 (和文) 有限体および局所体上の対称空間の表現論

研究課題名 (英文) Representation theory of symmetric spaces over finite or local fields

研究代表者

加藤 信一 (KATO SHIN-ICHI)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：90114438

研究分野：表現論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：対称空間，表現論，簡約群，有限体， p -進体

1. 研究計画の概要

本研究課題の目的は、有限体や p -進体の上の対称空間の表現論に、通常の簡約群の表現論と同様な枠組みをあたえること、そしてそれを対称空間の調和解析に（数論への応用も見込んで）応用することにある。

その内容は、簡約群の尖点的表現の類似である相対尖点的表現の重要性が、部分表現定理などを通じて重要な役割を果たすことがわかってきたことを鑑み、相対尖点的表現を中心にその構造を考察することにある。

特に有限体上の簡約群に付随する対称空間について、古典的なハリシュチャンドラ流の表現の分類が成立することを調べる。更には各種の例を精査することにより、リー群の場合と同じように、相対尖点的表現の存在条件と、分裂極大トーラスとの関連を確立させることが大きな目標の一つになる。

2. 研究の進捗状況

簡約群の対合シグマに関して対称空間を考える。われわれは p -進体上の場合に、任意の対称空間の既約表現（つまり ディスティンクティブな既約表現）に対してシグマ分裂な放物型部分群とそのレビ部分群の相対尖点的既約表現の組で、元の表現が放物型部分群からの誘導に含まれるようなものが取れる、という部分表現定理を、ジャッケによる群の場合の拡張として一般の形で確立・発表した。また、表現が自乗可積分になるかどうかジャッケ加群のエクスポネントを見ることでわかるというキャッセルマンの判定法を、対称空間上の表現の場合に自然な形で拡張した。いずれもジャッケ加群（定数

項）の理論や対称空間の構造論、特に分解定理を巧みに用いることにより得られるものである。

一方有限体上の対称空間の表現に対してもいくつかの知見を得た。まず坂内・川中・ソンの予想を満たす表現の系列の存在をある種の仮定の下で示すことに成功した。つまり実リー群の場合と同様に、有限体上のシグマ分裂極大トーラスの非特異な一次指標に対して既約ディスティンクティブ表現が定まり、その次数が通常の群の場合のマクドナルド予想に類似した形で与えられるというものである。さらにはトーラスが有限体上ミニソトロピックであるとき、得られた表現が相対尖点的表現（と呼ぶべきもの）になる。この表現の構成にはルスティック誘導関手を用いる。その意味でここで得られた表現はドリーニュ・ルスティック表現の対称空間上の類似物と見なすことができる。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

（理由） p -進体の場合に、相対尖点的表現を調べたのみならず、自乗可積分表現についても特徴付けを与えることが出来たので、対称空間の調和解析への応用の道が大きく広がった。また有限体の場合も目標とする表現の形をはっきり捉えることが出来るようになった。

4. 今後の研究の推進方策

対称空間の既約表現（の同型類）全体の集合の、ハリシュチャンドラ型の分割、ならびにラングランズ分類の類似を研究する。つまり

(1) シグマ-分裂な放物型部分群のレビ部分群, およびそれに付随する対称空間の既約相対尖点的表現の対から定まる(放物型部分群からの)誘導表現と同時に既約成分として含まれるような対称空間の既約表現たちを, 同じ同値類に属するものと見なして対称空間の既約表現を分類する.

(2) ある種の誘導表現の既約商として対称空間の既約表現を記述する. この際, 有限体の場合に考察した, 表現とトーラスとの関係などが本質的な役割を果たすものと思われる. そのために特にシグマ分裂トーラス, シグマ分裂放物型部分群の構造論の研究を併せ行う.

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計8件)

1. S. Kato and K. Takano, Subrepresentation theorem for p-adic symmetric spaces. Int. Math. Res. Not. IMRN 2008, no. 11, 1 40, 有

2. S. Teck Lee, K. Nishiyama and A. Wachi, Intersection of harmonics and Capelli identities for symmetric pairs. J. Math. Soc. Japan 60(2), 955 982, 2008, 有

3. T. Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds III, Trans. Amer. Math. Soc., 359, 2007, 4773-4786, 有

4. T. Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds II, Proc. Amer. Math. Soc., 134, 2006, 3423—3428, 有

5. T. Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds, Trans. Amer. Math. Soc., 358, 2006, 2217—2245, 有

6. K. Nishiyama, H. Ochiai and C-B. Zhu, Theta lifting of nilpotent orbits for symmetric pairs, Trans. Amer. Math. Soc., 358, 2006, 2713-2734, 有

[学会発表](計9件)

1. 松木敏彦, Analysis and geometry on homogeneous spaces, 微分方程式と対称空間・大島利雄先生還暦記念研究集会,

2009.1.14, 東京大学大学院数理科学研究科

2. 西山享, 半単純軌道の漸近錐と退化主系列表現, RIMS 研究集会「表現論と非可換調和解析における新しい視点」

2008年9月16日, 京大数理解析研究所

3. K. Nishiyama, Symmetric pair and orbits on the flag variety, Summer School on Lie Theory, August 11--19, 2008, NCTS (National Center for Theoretical Science), NCKU (National Cheng-Kung University)

4. K. Nishiyama, Asymptotic cone of semisimple orbit for symmetric pairs, Functional Analysis X --Representation Theory--, 2008年7月1日, IUC, Dubrovnik, Croatia

5. 加藤信一, Subrepresentation theorem for p-adic symmetric spaces, 第10回代数群と量子群の表現論研究集会, 2007年6月1日, 上智軽井沢セミナーハウス