

研究種目：基盤研究 (C) ,

研究期間：2006～2009,

課題番号：18540028,

研究課題名 (和文) 局所ラングランズ予想と跡公式の研究,

研究課題名 (英文) Study of the local Langlands conjecture and the trace formula

研究代表者

平賀 郁 (HIRAGA KAORU)

京都大学・大学院理学研究科・講師.

研究者番号：10260605,

研究分野：整数論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：局所ラングランズ予想、パケット

1. 研究計画の概要

Arthur-Vogan により精密化された形の局所 Langlands 予想を $SU(3)$ をはじめとする代数群について研究する。

特に、packet の内部を endoscopic lift との間の指標公式も含めて調べ、 S -群の精密な定式化とそれを使った packet 内部のパラメーター付けについて研究する。

併せて、調和解析的不変量についても endoscopic lift や局所 Langlands 予想と関連して研究を行う。

2. 研究の進捗状況

(1)

本研究に先立ち、研究代表者は $SL(n)$ の inner form の tempered L-packet に関して斉藤裕氏と共同研究を行った。

この tempered L-packet を扱った研究の段階では non-tempered な A-packet については endoscopic lift との間の指標公式を証明することができず、課題として残されていた。

研究代表者は Aubert-Zelevinsky involution を使う議論を A-packet に対して適用することにより、 $SL(n)$ の inner form の A-packet に対して、本研究の目標の一つであった endoscopic lift との間の指標公式を示すことができた。

また、一般の代数群に関して、packet に含まれる表現の制限を S -群の作用を付けた形で記述するための一般的な枠組みが得られた。

(2)

本研究課題の目標としている局所

Langlands 予想は、簡約可能代数群の既約許容表現と Weil-Deligne 群の表現が対応することを予想している。

これにより、簡約可能代数群の既約許容表現と Weil-Deligne 群の表現の不変量である L-関数や ε -因子が対応することが予想されるのであるが、これらの不変量と既約許容表現の調和解析的な不変量との関係は謎であった。

簡約可能代数群の既約許容表現を考察する上で重要な表現として discrete series 表現があり、その調和解析的な不変量の中の重要なものとして formal degree がある。

研究代表者は、市野氏の予想を基にして、市野氏と池田氏との共同研究により、formal degree と L-関数や ε -因子との間の関係についての予想を定式化することができた。

また、 $U(3)$ の stable な discrete series の formal degree に対して、twisted endoscopy を使った証明が得られた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

$SL(n)$ の inner form の non-tempered な A-packet に対する局所 Langlands 予想の証明が得られ、これまでの tempered な packet に関する結果を non-tempered な packet に拡張する技術が進展した。

また、斉藤氏との共同研究の中で S -群と endoscopy を使って packet の内部を記述するための一般的な枠組みが得られ、跡公式を使って証明すべき事項が明確になってきている。

調和解析的不変量についても、市野氏と池田

氏との共同研究の中で formal degree と L-関数・ ε -因子との関係について $U(3)$ の stable な discrete series の場合に証明することができ、また endoscopic lift の正規化についての Kottwitz-Selstad の予想についても $SL(n)$ の場合に結果を得ることができた。

4. 今後の研究の推進方策

本研究課題においてはこれまでに、 $SL(n)$ の inner form の non-tempered な A-packet の場合の局所 Langlands 予想の証明が得られ、また、表現の制限と S-群との関係を研究するための基本的な枠組みも得られている。

今後は、これまでの研究をもとに split していないような代数群の packet について跡公式を用いて研究をおこなっていく予定にしている。

また、市野氏と池田氏との共同研究の過程で新たに formal degree と L-関数・ ε -因子との関係についての予想を得ることができたが、このような予想も本研究課題と関連した重要な問題であり、研究を進めていく予定にしている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

① K. Hiraga, A. Ichino, T. Ikeda, Formal degrees and adjoint gamma-factors, Journal of the American Mathematical Society, 21, 2008, 283-304. 査読有

[学会発表] (計 7 件)

① 平賀 郁, Formal degrees and adjoint γ -factors, 表現論シンポジウム「群の表現と等質空間上の調和解析」, 2007 年 9 月 4 日, 京都大学数理解析研究所

② 平賀 郁, On the packets for inner forms of $SL(N)$, Tambara Workshop 2007 Geometry and Representations in Lie Theory, 2007 年 8 月 23 日, 東京大学玉原国際セミナーハウス

③ 平賀 郁, On packets for inner forms of $SL(N)$, France-Japan conference on Automorphic Endoscopy, 2007 年 6 月 12 日, Centre International des Rencontres Mathematiques (France)

④ 平賀 郁, ラングランズ予想について～エンドスコピーをめぐって～, 代数学シンポジウム, 2006 年 08 月 06 日, 東京大学

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]