

平成 21 年 5 月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540048

研究課題名 (和文) 非可換なガロア群を持つ代数体の拡大の計算的研究

研究課題名 (英文) A computational study on extensions of algebraic number fields with non-commutative Galois groups

研究代表者

角皆 宏 (TSUNOGAI HIROSHI)

上智大学・理工学部・准教授

研究者番号：20267412

研究分野：整数論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：整数論・代数学・ガロア理論・アルゴリズム

## 1. 研究計画の概要

本研究の全体構想は、非可換群をガロア群に持つ拡大(非可換ガロア拡大)について、主に明示的な例の構成や実験的な計算を通じて、様々な方面から具体的な知見を得ることである。特に、Noether 問題および複比型 Noether 問題・簡潔な係数を持つ生成的多項式の構成・生成的多項式の整数環上の性質の探求などに取り組む。

## 2. 研究の進捗状況

(1) Noether 問題に関しては、3次元の単項的作用による固定体の有理性に関して最後に残っていた未解決であった場合が肯定的に解決され、5次および6次の複比型 Noether 問題については様々な可移置換群に対して肯定的な結果を得た。複比型 Noether 問題に関連した、複比の体と差の比の体との間の固定体の相対的有理性問題については、奇数次の場合は肯定的、偶数次対称群の場合は否定的という、従来予期されていなかった顕著な結果が得られ、6次の場合や次数が2冪の場合には全ての可移置換群に対しても否定的な結果が得られた。

(2) 生成的多項式に関する部分体問題・同型問題については、3次・5次の生成的多項式に対して様々な成果を得ているが、中でも、Mestre-Brumer の5次二面体群多項式と同型類の楕円曲線の弱 Mordell-Weil 群による分類や、3次生成的多項式の整数値に関する同型問題を Thue 方程式の整数解と結びつけた解決が顕著な結果である。生成的多項式に関するより深い数論に関する研究としては、或る種の生成的巡回多項式の分解体での素数の分解法則を記述した他、アソシエーショ

ンスキーム理論や結び目理論など他分野における重要な多項式の数論的性質の研究にも応用された。

(3) 正種数の Grothendieck dessin については、種数1で6次以下の多くの場合と7次の一部の場合に、曲線と Belyi 射の方程式を計算しガロア軌道の決定やグラフとの対応付けを行なった。

## 3. 現在までの達成度

③やや遅れている。

(理由)

一部の研究分担者・連携研究者が、教員人件費削減や人材流動化と称する施策により、不安定な研究環境に置かれているため、共同研究態勢が充分に取れなかった上、残っている研究者も学内業務の負担が増えて研究に割く時間を削られている。これは本課題に限らない問題と考える。また、研究補助者として大学院生を含めた研究態勢の構築も目指したが、進学に関する経済的事情などにより充分に達成することが出来ていない。

## 4. 今後の研究の推進方策

上記の問題はすぐには改善できないので、可能な範囲で研究態勢を構築するしかない。研究方法として特に目新しいことは出来ないので、極力研究時間を確保できるよう努めるのみである。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 18 件)

1. Hiroaki Nakamura, Hiroshi Tsunogai, Seidai Yasuda, "Harmonic and equianharmonic equations in the Grothendieck-Teichmüller group III", J. Inst. Math. Jussieu, 掲載決定済, 査読有.
2. Akinari Hoshi, Yuichi Rikuna, "Rationality problem of three-dimensional purely monomial group actions: the last case", Math. Comp. 77 no. 263 (2008), 1823-1829, 査読有.
3. Toru Komatsu, "Cyclic cubic field with explicit Artin symbols", Tokyo Journal of Mathematics 30 (2007), 169-178, 査読有.
4. Hiroshi Tsunogai, "Some new-type equations in the Grothendieck-Teichmüller group arising from geometry of  $M_{0,5}$ ", Contemp. Math. 416, "Primes and Knots" (T. Kohno, M. Morishita eds.)(論文集) (2006), 263-284, 査読有.

[学会発表] (計 31 件)

1. 橋本喜一郎, 角皆宏, "6次可移置換群のネーター問題: 最近の進展とその背景 (I II)", 研究集会「Galois 理論とその周辺・徳島 2008」, 2008年9月12日, 徳島大学.
2. Akinari Hoshi, "On the field intersection problem of generic polynomials via resolvent polynomials", "Foundations of Computational Mathematics (FoCM'08) WORKSHOP C4 Computational number theory", 2008年6月24日, 香港城市大学.
3. 小松 亨, "Generic polynomials and their arithmetic properties", COE Conference on the Development of Dynamic Mathematics with High Functionality, 2007年10月4日, 福岡リーセントホテル.
4. 陸名 雄一, "パラメーター付き多項式と同型問題について", 第2回福岡数論研究集会, 2007年8月29日, 九州大学.

以上