

研究種目：基盤研究（C） 一般

研究期間：2006～2009

課題番号：18540051

研究課題名（和文）孤立特異点の代数幾何的不変量と可換環論的分類

研究課題名（英文） Classification of isolated singularities by means of algebraic geometric studies of invariants

研究代表者 泊 昌孝 (TOMARI MASATAKA)

日本大学・文理学部・教授

研究者番号：60183878

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数幾何学、特異点

1. 研究計画の概要

特異点の代数幾何的不変量を、特異点解消を通じて可換環論的に決定しようという問題意識の下に、A: 特異点の局所環の Hilbert-Samuel 関数から定まる重複度や埋め込み次元などの不変量；B: 特異点の局所コホモロジーに関係する不変量；Cohen-Macaulay 性、標準加群の生成元の数 (Cohen-Macaulay type)、や Gorenstein 性；C: 局所環の因子類群、その torsion 元から定まる巡回被覆、さらにその反復によって得られるアーベル被覆；D: いわゆる特異点の種数と呼ばれる不変量；幾何種数、多重種数、そして；E: 2 次元特異点の例外集合を表現する重み付き双対グラフと、そのグラフを固定した際に存在しうる全ての局所環の構造の決定、それら全体をモジュライと考えた全体空間、これらを想定し、以下の問題を考えている。

(1) 正標数の 2 次元 2 重点の分類、特に楕円型特異点 (算術種数が 1 である場合) の幾何学的特徴づけ。

(2) 重み付き双対グラフによる特異点の幾何種数の下限の決定。

(3) 次数付き特異点のアーベル被覆の Pinkham-Demazure 表示の決定。更に、これまで扱ってきた filtered blowing-up が直接登場する問題も継続して探求する。

(4) filtered ring の立場から、特異点の多重種数の接錐のデータによる評価。

2. 研究の進捗状況

(1) 代表者の泊は、2 次元楕円型などについての詳しい分類をあげていたが、研究過程において、3 次元特異点についての具体的な

分類に大きな進展があった。いわゆる 95 の分類から外れる超曲面単純 K3 特異点の方程式が、あと 5 つのクラスに限られるための、十分条件が見つかった。そのうち、4 つのクラスはすでに存在がペロネーゼ環を付随する次数付き環に用いて見つける方法で知られているものだったが、完全な新発見の特異点がひとつ見つかった。今回想定された十分条件の妥当性は、exceptional log canonical singularity の分類論でも問題にされているものである。これらはニュートン境界の立場からは区別がつかないが、展開項の表れ方に関する分類の可能性の研究が進んでいる。

(2) 渡辺は、正標数の環のイデアルの組に対する F-threshold の研究を主要課題とし、F-threshold の概念を lc threshold の概念と深く関係せしめ、multiplier ideal の Jumping coefficient との関連結果を得ている。F-threshold とイデアルの整閉包、密着閉包との関係、F-threshold と重複度の関係などを研究し、次々と結果を得ている。

(3) また、泊は 2 次元星型例外集合をもつ超曲面特異点について、その中心フィルトレーションから決まる接錐のゴレンスタイン性を、同等特異性と絡めて調べ、泊・渡辺の論文にて未解決な例として挙げた $p_a=2$ 特異点について、2 重点という少し強い前提のもとに接錐が 2 重点になる事を証明した。同じグラフをもつ超曲面特異点は 3 重点になる可能性もあるが、それを排除する予想が、特異点解消過程の不変量の解析より可能性の分類のもと部分的に示された。

3. 現在までの達成度

全体をまとめて考えると、おおむね順調に研究は進展していると考えられる。泊および渡辺による、従来からの技術の蓄積の上にあるフィルター付きブロウアップに関連する単純 K3 特異点に関する発見、そして星形 2 次元特異点の同等特異問題にも進展がある。また、可換環論的不変量としての関連研究とも見られるフロベニウス写像を用いて調べる渡辺の研究は、本課題の中心課題では無いが、目を見張る進展をつづけている。アーベリアン被覆の研究や正標数楕円型 2 重点の分類などのその他の研究に関しては、派手ではないが、計画書に書いた通り、国内の研究の密接な研究連絡が続いており、研究は進んでいる。順調に近い状態であると考えられる。

4. 今後の研究の推進方策

3次元特異点に関しては、代表者の単独発表を今後も続け、最終論文の完成および、次の段階へ研究をすすめる。2次元特異点に関しては、国内のそれぞれの問題に興味をもつ研究者との研究連絡を今後も活発に続ける。泊本人の広島・山形・金沢への出張、そして、関連研究者を日大セミナーなどへ招聘し、研究討論を継続する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

C.Huneke,M.Mustata,S.Takagi,K.W atanabe; F-thresholds, tight closure, integral closure, and multiplicity bounds, Michigan Math. J.(査読有)vol. 57, (2008) 463—483

[学会発表] (計 1 件)

泊 昌孝、Classification of hypersurface simple K3 singularities - 95 and others、日本数学会、2007年3月27日、埼玉大学理学部

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]