

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540061

研究課題名（和文） 複素空間形内のウエンテトーラス

研究課題名（英文） Wente torus in complex space forms

研究代表者

劔持 勝衛 (Kenmotsu Katsuei)

東北大学・大学院理学研究科・名誉教授

研究者番号：60004404

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：微分幾何学

### 1. 研究計画の概要

3次元ユークリッド空間内の閉じた平均曲率一定曲面でその種数が1である曲面はWenteにより1980年代に発見されてから、研究が盛んになった。本研究はそのWente曲面をより高次元の空間に拡張しようとする試みである。4次元以上のユークリッド空間では、非自明な拡張はないという結果が先行研究であるから、本研究では複素空間形をとりあげた。

まず、複素次元2の複素空間形内でトーラスに位相同型な平均曲率ベクトル平行な実2次元曲面の構成、とそのような曲面全体の構造の研究をおこなう。

### 2. 研究の進捗状況

研究計画にある曲面の局所構造の解析はほぼ終了した。本研究で得られた結果として、

(1) 一般型の曲面の構成を行った。それは正の実数に依存したある負の数と実変数複素数値関数に対しそれを正則断面曲率にもつ複素空間形が定まり、且つ第一、第二基本形式も定まるような曲面でケーラー角度関数が非定数であるような曲面である。一般型の曲面が存在するであろうということは予想されていたが、今回の研究により、それが具体的に証明された。

(2) 次に、(1)で得られた曲面が平行平均曲率ベクトルをもつ曲面全体の中でどのような位置を占めているのかについて研究した。このような曲面のケーラー角度関数が一定の場合とケーラー角度関数が一定ではないが、ガウス曲率が一定の場合はずでに先行研究があるので、本研究ではケーラー角度関数

が一定でない場合を研究した。得られた結果として

① 第二基本量の各成分関数がケーラー角度関数の関数である。この事実の証明は第二基本量の高次の共変微分がケーラー角度関数で書けることを示し、そこからはじめの第二基本量の決定をするという非常に長い計算を行って得られた。そして、この証明の簡略化に多大の時間と努力が必要であった。

② 一般型曲面はその曲面の平均曲率で定まるある特別な負曲率をもつ複素空間形でしか存在しえないことを示した。特に複素射影平面には一般型の平行平均曲率ベクトルをもつ曲面は存在しない。

③ 一般型の曲面に上記(a), (b)の結果を使い、(1)で構成した曲面になるという一意性定理を証明した。

以上の結果を総合すると、複素次元2の複素空間形内の平行平均曲率ベクトルを許容する全ての曲面の局所構造が明らかになった。

### 3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。何故ならば、2の研究の進捗状況で述べた結果と先行結果を合わせると、研究計画にある曲面の局所的構造が完全に明らかになった。残る問題は考察する曲面がトーラスに位相同型であるとき、どのような曲面が得られるかであるが、これを調べる方法は既に知られているので、最終結果を近く得る確信がある。

現在、局所構造に関する最終結果の証明の確認と論文作成中である。

#### 4. 今後の研究の推進方策

- (1) これまでの成果を応用して曲面がトラスである場合の大域的結果を得る。
- (2) 上記1の研究計画にある「複素次元2」という仮定をはずした研究を科学研究費基盤研究(C)で本年度から開始する。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0 件)

なし

〔学会発表〕(計 1 件)

- ① 剣持 勝衛 On the Ricci condition of cmc-surfaces in complex space forms, 国際研究集会 “Methods of Integrable systems in Geometry” ダーラム大学(イギリス) 2006年8月17日

〔図書〕(計 0 件)

なし

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0 件)

なし

○取得状況(計 0 件)

なし

〔その他〕

ホームページ

<http://www.math.tohoku.ac.jp/~kenmotsu/>