

平成 21 年 4 月 28 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006 年度 2009 年度

課題番号：18540070

研究課題名(和文) ラドン・ペンローズ変換と無限次元表現論を用いた開複素等質多様体上の大域解の研究

研究課題名(英文) The Radon Penrose transforms and infinite dimensional representation theory, and their applications to the global analysis on non-compact complex homogeneous spaces

研究代表者

関口 英子(SEKIGUCHI HIDEKO) 東京大学・大学院数理科学研究科・准教授 50281134

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：ペンローズ変換, 半単純リー群, ユニタリ表現, 有界対称領域, 複素多様体, 積分幾何, 概均質ベクトル空間, 超幾何函数

## 1. 研究計画の概要

非コンパクトな複素対称空間は一般には Stein 多様体ではないため、その関数空間としてはコホモロジーまでこめて考える必要がある。当該研究では、具体的な複素対称空間上のコホモロジー空間に積分幾何の手法を用いることによって、Penrose の構成した積分変換を高次元に一般化し、さらに、その像がみだす微分方程式系を見出すことを計画している。

## 2. 研究の進捗状況

上記の研究計画に沿って以下の研究を行った。

(1) 複素簡約リー群  $G$  の一般化された旗多様体  $G/P$  上に  $G$  の実形リー群を作用させると、軌道が有限個に分かれることが知られている(青本, Wolf, 松木)。特に軌道として開集合であるもの(開軌道という)が存在する。この開軌道の一つを選ぶ。この開軌道は明らかに複素多様体である。

その上の同変正則束に係数をもつコホモロジーは無限次元表現を構成する重要な手法である(Borel-Weil-Bott 定理の一般化)。

さて、上記の開軌道は、一般には Stein 多様体ではなく、非自明なコンパクト複素部分多様体を含む。

そこで、各々のコンパクト複素部分多様体の上で、コホモロジーの元を積分することにより、複素部分多様体のパラメータ空間上の関数が得られる。

この変換を群論的に解釈することにより、(一般化された意味での)Penrose 変換が、開軌

道上のコホモロジー空間から複素部分多様体上の関数空間への intertwining operator として得られる。

当研究代表者はもとの複素簡約リー群  $G$  が A 型である場合と C 型である場合には、Penrose 変換の単射性に関して著しく異なることを発見し、その成果を筑波大学で行われた国際研究集会(2006)の"Integral Geometry and Harmonic Analysis"で公表した。

(2) さらに Penrose 変換の研究を推し進め、不定値ユニタリ群に対する Penrose 変換の像の決定問題に取り組んだ。従来は管状型有界対称領域に対してのみ証明に成功していたが、その結果を一般の非管状型の場合にも拡張することに成功した。この成果を東京大学で行われた国際研究集会(2009) "Differential Equations and Symmetric Spaces"で公表した。論文は準備中である。

(3) これらの研究に関連した半単純リー群の無限次元表現論に関する説明と、Penrose 変換の像の研究における有用な手法についての解説を執筆し、「表現論とペンローズ変換」として、雑誌『数理科学』(サイエンス社)から出版した。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

理由：当初の計画段階で想定した以上に多くの成果が得られたという点では当初の計画以上に進展しているが、その反面、成果の公

表に時間がかかっている。

#### 4. 今後の研究の推進方策

これまでに得られた成果の公表のための準備に力点をおくとともに、研究計画に沿って、非管状有界対称領域の具体的な設定における Penrose 変換と Twistor 変換を対象とした研究を継続する。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 件)

〔学会発表〕(計 1 件)

H. Sekiguchi

Penrose transform between symmetric spaces, Conference in honor of Toshio Oshima's 60<sup>th</sup> birthday "Differential Equations and Symmetric Spaces"

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

取得状況(計 件)

〔その他〕