

研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2006～2009
課題番号：18540093
研究課題名(和文) 非可換幾何学と歪群構造の研究
研究課題名(英文) Noncommutative Geometry and Groupoid

研究代表者 宮崎 直哉 (MIYAZAKI NAOYA)
慶應義塾大学・経済学部・教授
研究者番号：50315826

研究分野：幾何、大域解析、非可換幾何
科研費の分科・細目：幾何学
キーワード：歪群、ジャープ、非可換幾何、指数定理、変形量子化

1. 研究計画の概要

さまざまな特性類についてそれに対応する幾何学的対応物あるいは代数的な対応物を構成して、さらにその構造や自己同型について考察を進めてきた。

2. 研究の進捗状況

整数係数の3次コホモロジー類であるDixmier-Douady類の幾何学的対応物、すなわちgerbeでひねったtwisted vectorial bundleと以前筆者により導入されたspin歪群というものを直接組み合わせることにより、Dixmier-Douady類を反映させたtwisted spin connectionの候補を考察して、その基本的な歪群作用に関する変換法則について計算を行った。歪群の非可換幾何学研究への重要性は"twisted K-theoryの作用素論的な定義とbundle gerbe moduleによる定義"に深く関係していることから容易に想像がされることではあるが、実際に歪群という概念を意識しながらいろいろなものを眺めていると、実は歪群構造が様々な場面に(陰に)現れていることに気がつかさ

れる。歪群を考えることの別のメリットの一つとして複素線束では齟齬を解消することができなかったのが、歪群のカテゴリリーでは齟齬を打ち消しあうようにすることもできる。この場合には通常の(閉じた多様体の上の)楕円型微分作用素が得られることになり、通常の指数定理の枠組みに乗る。他方ではDixmier-Douady類を反映させたい場合には、ツイストを行うわけであるが、こちらは一般には下の多様体上の微分作用素には落ちてこないで、取り扱いはきわめて困難である。特に時間に関する熱核を構成するに当たっては時間にかんする初期条件で局所的な形式解の構成を行うことは出来はするものの、その大域的かつ漸近的挙動を見るのはきわめて困難であることが予想される。これは今後の大きな課題であろう。さらにこの先に見える話題としてはスピン歪群に同伴するスピノールバンドルをtwisted vectorial bundleで捻ったところ(Dixmier-Douad

y類に対応する亜群に同伴するモデュロイドのセクションのなす空間)に作用するディラックを考えたり、その同変版を考えたり、局所化を考えたりということがあるかと思われる。これらも貼り合うように捻った場合には楕円型の話に帰着されるものと期待される。

3. 現在までの達成度

当初の計画以上に進展している点:

2次のポアンカレ・カルタン類に対応する接触ワイル多様体上の(底多様体には恒等写像を誘導する)自己同型群へは、それに入れるべき適当な多様体構造をはっきりさせることが可能となった。いままでに、接触ワイル多様体上の自己同型群を多様体としてとらえるという試みはなかったので新たな結果と言える。

4. 今後の研究の推進方策

スピノールバンドルをtwisted vectorial bundleで捻ったところ(Dixmier-Douady類に対応する亜群に同伴するモデュロイドのセクションのなす空間)に作用する適切な接続を考察する予定。これについてはtwisted vectorial bundle自身の研究考察が必要であり、なおかつそれとスピノールバンドルとのテンソル積を考察することが必要になる。またそれらが作用する先としてモデュロイドを拡張して定義するわけだがその断面の空間はコサイクル条件を満たさないがある種の結合的変換関数の作用との両立性を有するものとして定義されるべきものである。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7件)

Miyazaki,N. Characteristic classes relating to quantization,
京都大学数理解析研究所講究録1576,
(2008), 67-81, 査読なし

Miyazaki,N. A Lie group structure for automorphisms of a Contact Weyl manifold, Progress in Mathematics, 252 (2007), 25-44, Birkhauser. 査読あり

Miyazaki,N. Examples of groupoid, in Noncommutative geometry and Physics, (2007), 97-108, World Scientific, 査読あり