

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540100

研究課題名（和文） 同じ絡み目の2つの射影図をつなぐライデマイスター変形の回数

研究課題名（英文） The number of Reidemeister moves needed for connecting two link diagrams representing the same link.

研究代表者

林 忠一郎 (HAYASHI CHUICHIRO)

日本女子大学・理学部・准教授

研究者番号：20281321

研究分野：数学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：トポロジー、幾何学

1. 研究計画の概要

2つの「絡み目の図」が1つの同じ絡み目を表すとき、片方の図に何回のライデマイスター変形を適用してもう片方に変形できるか、その上界を交点数の式で求める。

2. 研究の進捗状況

絡み目 L が橋分解されている状況を考える。すなわち、3次元球面が2次元球面 S によって2つの3次元球体 B_1 と B_2 に分解されており、 L はそれぞれの球体と b 本の自明弧で交わっているとする。各球体内に自明弧が自明であることを表す b 枚の円盤のシステムが取れる。各円盤の縁の輪は L の部分弧と S 上の弧を繋げたものになっている。このような S 上の弧は円盤の枚数と同じ $2b$ 本あり、それらを繋げたものが結び目の図を与える。このとき、この結び目の図はこの橋分解に基づくと言う。

結び目の図において、結び目の上の有限な偶数個の点をうまく指定して区切り、橋分解の B_1 内の弧と B_2 内の弧が交互に繋がっていると見做すことができる。同じ絡み目を表す2つの図は区切り点をうまく増やすと同じ橋分解に基づくで見做すことができることが知られている。

L の部分弧が自明であることを示す $2b$ 枚の円盤のシステムの取り方を2通り考えると、 L の2つの図 D_1 と D_2 が得られる。 D_1 、 D_2 の交差点の数を n_1 、 n_2 と置く。一般には D_1 と D_2 は幾らでも多くの交差点で交わることがあり得る。 D_1 と D_2 の配置の無駄を無くして、 D_1 と D_2 の間の交差点の数 c を n_1 、 n_2 、 b の式で上から抑える必要がある。 c が無駄に大きくなると、 D

1の弧2本と D_2 の弧2本で囲まれた四角形領域が増えることが分かった。実際、 c 、 n_1 、 n_2 、 b の或る1次式で表わすことができた。四角形でない領域の数を上から評価することもできた。それは n_1 、 n_2 、 b の或る1次式 Δ 以下であることが分かった。

D_1 をその交差点と橋分解の分割点で $2n_1 + b$ 本の紐に区切り、 D_2 も同様に区切る。このとき、 D_1 のある紐と D_2 のある紐は $c / (n_1, n_2, b$ の2次式) 以上の交差点を持つことが分かった。片方の紐を基準にもう一方を交差点で部分紐に区切って考えると、高々 $\Delta - 1$ 個の平行類しか無いことが分かった。

3. 現在までの達成度

③やや遅れている

上述の四角形たちが「うず巻き」状に配置される部分が見つかるはずと考えているが、そのことの証明が思っていた以上に難しい。

4. 今後の研究の推進方策

球面に高々 Δ 個の穴の開いた曲面上で多数の四角形たちの配置を考えることになる。四角形たちが「うず巻き」状に配置されている部分を見つけ、それを解消する操作を行うことにより、 D_1 と D_2 の交差点の数を n_1 、 n_2 、 b の式で上から抑える。そうすれば、 D_1 から D_2 へ変形するためのジャンプ変形操作の回数が上から評価され、ライデマイスター変形の回数の評価も得られる。

「うず巻き」の存在を示すには、橋分解の弧が自明であることを表す円盤たちの2つのシステムの交わりを援用することも考えられるので、それを試みる予定である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

①

著者名 Miwa Iwakura, Chuichiro Hayashi
論文標 題 Non-orientable fundamental
surfaces in lens spaces
雑誌名 Topology and its Applications
156 巻、1753 頁-1766 頁、2009 年
査読 有り
DOI information :
10.1016/j.topol.2009.03.002

[学会発表] (計 1 件)

①

発表者名 Chuichiro Hayashi, Miwa Iwakura
発表表題
Q-fundamental surfaces in lens spaces
研究集会名
Knotting Mathematics and Art:
Conference in Low Dimensional Topology and
Mathematical Art
発表年月日 2007 年 11 月 2 日
発表場所 University of South Florida
フロリダ州、アメリカ合衆国