

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540103

研究課題名（和文） 現代的観点による古典的微分幾何の再構築とその応用

研究課題名（英文） Classical differential geometry from the modern viewpoint and its application

研究代表者

黒瀬 俊 (KUROSE TAKASHI)

福岡大学・理学部・教授

研究者番号：30215107

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：古典的微分幾何，ヘッセ多様体，共形平坦超曲面，曲線の運動，可積分系，実超曲面，離散化，情報幾何

## 1. 研究計画の概要

本研究の目的は、射影微分幾何を中心に、ユークリッド微分幾何、アフィン微分幾何、共形微分幾何など古典的微分幾何の諸理論を現代的な手法を用いて研究し、得られた成果を他分野に応用することである。特に

- (1) 古典的微分幾何学でこれまで蓄積されてきた成果を、可積分系理論などを用いた現代的な観点から書き直し再検討することによって、古典的微分幾何の新たな展開を図ること。
- (2) その研究を通して、逆に可積分系理論に対し豊富に具体例と問題を提供すること
- (3) 特殊ケーラー幾何や情報幾何、特異点論などの他分野への古典的微分幾何の応用を切り開くこと

が本研究の中心課題である。

## 2. 研究の進捗状況

本研究課題でこれまでに得られた主な成果は以下の通りである。

- (1) アフィン微分幾何を用いて、情報幾何に現れる幾何構造であるヘッセ構造でヘッセ断面曲率が定数になるものを、適当な極大性の仮定のもとで研究し、①ヘッセ断面曲率が0または正定数であるヘッセ構造を一般次元ですべて構成・分類し、②ヘッセ断面曲率が負定数である2次元ヘッセ構造をすべて構成した。

- (2) 可積分系方程式が付随する種々の曲線の運動を調べ、主として次の結果を得た。①いくつかの運動に関して、ハミルトン系としての定式化や離散化を与えた。②KdV方程式と変形KdV方程式の間のミウラ変換の幾何学化した。③3次元ユークリッド空間における渦糸の時間発展を記述する局所誘導階層の進行波解を構成し、ソリトンクラスと呼ばれる解の具体的な表示式を求めた。
- (3) ユークリッド空間内のKirchhoff弾性棒のエネルギー汎関数を解析的に研究し、その不安定臨界点を構成する上で重要な解析的な条件が満たされることを示した。
- (4) 4次元空間形内の共形平坦な超曲面について、その具体的な構成法を研究し、①これまで得られている具体例の内的な特徴付けを与え、②この特徴付けを満たす共形平坦超曲面を完全に分類した。さらに、③一般の共形平坦超曲面はある条件を満たす関数から構成され、共形平坦な超曲面の1径数族が付随することを見出した。
- (5) 複素射影平面・複素双曲平面内の実超曲面について、第二基本形式または曲率に関する制約条件のもとで、その構造を研究した。また、階数1のコンパクト対称空間内の実超曲面について、大域的な完備性の条件のもとで構造を調べ、主曲率が一定で

二つあり、正則断面曲率に関するある種の条件を満たすものは測地球であることを示した。

### 3. 現在までの達成度

- ② おおむね順調に進展している。  
(理由)

研究の進捗状況にあるように、古典的微分幾何の諸分野において、本研究課題の目的に沿った多くの成果をあげることができている。実際、アフィン微分幾何、ユークリッド微分幾何、共形微分幾何のこれまでの成果を現代的に見直すことにより、可積分系理論を用いた新たな成果を得、逆に古典的微分幾何を用いて、可積分系方程式に関する結果の幾何学化を与えることができた。さらに、曲線の変分問題や階数1のコンパクト対称空間内の実超曲面の理論においても新たな成果をあげた他、アフィン微分幾何を応用することにより、情報幾何に大きく貢献することができている。

### 4. 今後の研究の推進方策

本研究のこれまでの順調な進展に鑑み、研究代表者・研究分担者・連携研究者はこれまで通りの役割分担の下で研究を遂行する。ただし、本年度は最終年度であるため、得られた研究成果を総合するため、これまで以上に緊密に連絡を取りながら研究をすすめる。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計17件)

1. T. Hamada and K. Shiohama, Complete real hypersurfaces in compact rank one symmetric spaces, Proceedings of the American Mathematical Society, 査読有, to appear (掲載決定).
2. A. Fujioka and T. Kurose, Geometry of the space of closed curves in the complex hyperbola, Kyushu Journal of Mathematics, 査読有, 63(2009), 161–165.
3. A. Fujioka and T. Kurose, Motions of curves in the complex hyperbola and the Burgers hierarchy, Osaka Journal of Mathematics, 査読有, 45(2008), 1057–1065.
4. Satoshi Kawakubo, Kirchhoff elastic rods in three-dimensional space forms, Journal of the Mathematical Society of Japan, 査読有, 60(2008), 551–582.
5. U. Hertrich-Jeromin and Y. Suyama, Conformally flat hypersurfaces with

cyclic Guichard net, International Journal of Mathematics, 査読有, 18(2007), 301–329.

[学会発表] (計22件)

1. 濱田龍義, KNOPPIX/MATH/2008について、第17回日本数式処理学会、平成20年6月6日、城西大学東京紀尾井町キャンパス.
2. 黒瀬俊、定曲率ヘッセ多様体の分類、RIMS研究集会「部分多様体の微分幾何学およびその周辺領域」、平成20年6月23日、京都大学数理解析研究所.
3. 川久保哲、Kirchhoff 弾性棒のエネルギー汎関数のコンパクト性、日本数学会2008年度年会、平成20年3月24日、近畿大学.
4. 松浦望、Discrete time evolution of planar discrete curves, DMHF2007: COE Conference on the Development of Dynamic Mathematics with High Functionality, 平成18年10月2日、福岡リーセントホテル.
5. 一山稔之・井ノ口順一・浦川肇、Biharmonic maps and bi-Yang Mills fields, 日本数学会秋季総合分科会、平成18年9月21日.