

平成 21 年 5 月 29 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2008

課題番号：18540104

研究課題名（和文） 最近の計算代数の進展に付随する微分幾何学への応用

研究課題名（英文） Applications to differential geometry associated with the recent progress in computer algebra

研究代表者 濱田 龍義（HAMADA TATSUYOSHI）

福岡大学・理学部・助教

研究者番号：90299537

研究成果の概要：本研究では、計算代数の最新の研究成果を元に微分幾何学への応用と新たな研究手法の展開をはかった。本研究の成果として、複素空間型内の正則接分布が可積分な\*-アインシュタイン実超曲面を決定した。また、複素 2 次元複素空間型内のホップ擬対称実超曲面を決定した。研究対象を階数 1 コンパクト対称空間内の実超曲面に拡張し、測地線の大域的な挙動により、主曲率が特定の条件を満たす完備実超曲面が測地球に限ることを示した。計算代数分野との交流により、最新の計算機代数システムおよび可視化ソフトウェアを収録した DVD 起動型 Linux システム KNOPPIX/Math の開発、公開を行った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,400,000	0	1,400,000
2007 年度	900,000	270,000	1,170,000
2008 年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	540,000	3,740,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：幾何学，応用数学，計算機システム，KNOPPIX

## 1. 研究開始当初の背景

1960 年代にブルーノ・ブッフバーガーによって、グレブナー基底は多項式環のイデアルの基底として発見された。彼の結果は、その後 10 年ほどは誰からも評価されない不遇の時代を過ごしたが、1980 年代以降、計算機の速度向上に伴い、グレブナー基底は計算代数の基礎的な技術として、脚光を浴びることになる。研究開始当初では、可換環論や代数幾何、組合せ論といった現代数学との関連からも重要視されていた。また、整数計画、符号理論、ロボット工学などへの応用も良く知られている事実であった。その他にもユークリ

ッド幾何学における定理自動証明の理論にも用いられており、定理自動証明機能を実装した幾何学ソフトウェアも開発されていた。

一方、微分幾何学においては、主に連立多項式系の変数消去法としてグレブナー基底が利用された実績が存在していた。例えば、第 45 回幾何学シンポジウムにおける大阪大学の坂根由昌氏による講演、「グレブナー基底と等質アインシュタイン計量」において坂根氏は等質多様体上のアインシュタイン等質計量について考察を行なったが、SU(4)-不変なアインシュタイン計量を決定するためにグレブナー基底を用いた。その他にも平均

曲率一定曲面の一種であるドローネー曲面の一般化として、周期関数を平均曲率を持つ曲面が剣持勝衛氏によって構成されているが、その構成方法にグレブナー基底が用いられていた。

主曲率に関する固有多項式の評価や、トリーク多様体のハミルトン安定性等、連立多項式系に帰着される問題は数多くあり、グレブナー基底に代表される計算代数の成果と微分幾何学との融合によって、新たな研究手法としての理論形成を目指した。

また、可積分系理論の発展に伴い、曲面の離散化が重要な研究テーマとして注目を浴びていた。それまでに行なわれている曲面の離散化は、古くは幾何学的直観による離散化、最近では、離散可積分系理論や差分方程式系との関連による離散化について盛んに研究が行なわれていたが、連立方程式系に関連する離散化については、微分幾何学の立場からは行なわれていなかった。本研究における新たな方法論による離散化を試みることによって、既に蓄積されている計算代数における研究成果を有効利用し、これまでにない横断的な研究展開を目指した。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、計算代数における最新の手法を用いて、

- (1) 微分幾何学における新たな研究手法としての理論形成
- (2) 曲面の離散化問題に関するこれまでとは異なる方法論の構成

を行なうことである。

## 3. 研究の方法

本研究の研究方法は以下のとおりであった。

- (1) 複素空間型内の実超曲面の研究において計算代数による手法の適用を試みる。
- (2) 計算代数の最新のアルゴリズムについて計算代数の専門家と情報交換を行なう。
- (3) 計算代数の応用面について可換環論、代数幾何学の専門家と情報交換を行なう。
- (4) 離散的な曲面について、差分方程式を考慮した方法を参考にして、連立代数方程式系に帰着できる構成方法について考察を行なう。
- (5) KNOPPIX/Math プロジェクトを継続し、様々な分野の研究者に対して最新の計算機代数システムを提供し、応用領域のさらなる拡大を狙う。

## 4. 研究成果

- (1) 複素空間型内の実超曲面の研究

複素空間型内の\*-アインシュタインホップ実超曲面は研究代表者によって決定されている。しかし、一般の\*-アインシュタイ

ン実超曲面については未解決であった。宇都宮大学の井ノ口順一氏との共同研究として、複素空間型内の複素部分多様体に着目し、複素空間型内の\*-アインシュタイン実超曲面のうち、正則接分布が可積分なものを分類した。この結果は、現在、投稿中である。また、\*-アインシュタイン実超曲面のLie環論の視点からも研究を進めており、広島大学の田丸博士氏、星川祐次氏との共同研究として論文を準備中である。

Jong-Taek Cho 氏、井ノ口順一氏との共同研究においては複素2次元複素空間型内の実3次元超曲面に注目した。3次元リーマン多様体において、擬対称という条件はリッチ固有値への制限を誘導する。このような背景の下、複素2次元複素空間型内のホップ擬対称実超曲面を決定することができた。この結果は、Tokyo J. Math. に掲載が予定されている。

正則断面曲率が正の複素空間型は複素射影空間として知られている。複素射影空間は、階数1コンパクト対称空間の例となっているが、研究対象を階数1コンパクト対称空間内の実超曲面に拡張し、主曲率が特定の条件を満たす完備実超曲面が測地球に決定されることを示した。これは、塩濱勝博氏との共同研究の成果である。これまでに、複素空間型や、四元数空間型内の実超曲面についての研究は多数存在する。しかし、階数1コンパクト対称空間内の実超曲面としての統一的な研究は他にあまり類を見ない。また、測地線の大域的な挙動を用いることにより、局所的な結果ではなく、大域的な結果として得られたことも大変興味深く、高く評価されている。この結果は、Proc. Amer. Math. Soc. に掲載が予定されている。

- (2) KNOPPIX/Math Project の展開

また、本研究の研究成果として、

- KNOPPIX/Math/ICMS2006
- KNOPPIX/Math/2007
- KNOPPIX/Math/2008
- KNOPPIX/Math/2009

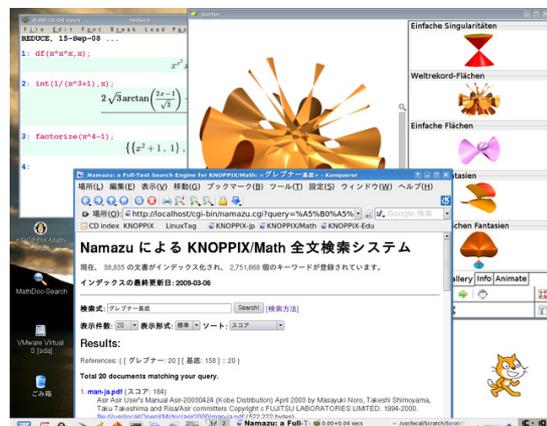


図1: KNOPPIX/Math/2009

を公開し、最新の計算機代数システムと離散幾何学の研究成果を誰もが容易に参照することができるシステムの構築を進めている。2003年以來、幾何学だけでなく、トポロジー、計算代数、統計理論、可換環論、微分方程式論、数論、力学系、等の様々な数学諸分野の専門家と協力関係を築き、システムの充実を図ってきた。2008年頃から、数学、数理科学分野における教育ツールとして徐々に普及しつつある。東京大学、神戸大学等における集中講義や、上智大学における社会人向け講座、各大学におけるオープンキャンパスにおける題材として取り上げられた。また、福岡教育大学、上智大学等では学生の計算機環境、北海道大学では大学院生の計算機環境として導入されており、今後、国内における計算機代数と数学、数理科学諸分野との連携、発展が期待される。

数学、数理科学以外の分野においても、利用者は増えており、工学、経済学、医学、農学等における数学ソフトウェア利用者を取り込んでいる。

国際的に見ても、このような包括的な数学ソフトウェアプロジェクトは類を見ない。2006年には国際数学者会議においてKNOPPIX/Math/ICMS2006を配布したが、各国の専門家から絶賛を受けた。

最近ではアウトリーチ活動の一環として、オープンソースソフトウェアコミュニティとの連携にも力を入れており、地域シーズの発掘、および産学官連携プロジェクトの推進にも一定の役割を果たしている。また、中学、高校等における数学教育、科学教育への展開も始まりつつあり、2009年9月には佐賀県教育センター専門研修 高校数学科 II 講座（生徒の学習意欲を高める授業作り）において、「数学のおもしろさとその広がり」という講座が予定されている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

1. Tatsuyoshi Hamada, Katsuhiko Shiohama, “Complete real hypersurfaces in compact rank one symmetric spaces”, *Proc. Amer. Math. Soc.* に掲載予定, 査読有
2. Jong-Taek Cho, Tatsuyoshi Hamada, Jun-ichi Inoguchi, “On three dimensional real hypersurfaces in complex space form”, *Tokyo Journal of Mathematics* に掲載予定, 査読有.
3. Tatsuyoshi Hamada and KNOPPIX/Math committers, “KNOPPIX/Math: A live system for enjoying mathematics with

computer”, *Abstracts of the Software Exhibitions Session, ISSAC2008, International Symposium on Symbolic and Algebraic Computing RISC Hagenberg Austria July 20–23 2008, ACM Communications in Computer Algebra* **42**, (2008), No. 3, 175–176, 査読有.

4. Tatsuyoshi Hamada, Kuniyasu Suzuki, Kengo Iijima, Arimitsu Shikoda, “KNOPPIX/Math: Portable and distributable collection of mathematical software and free documents”, *Mathematical Software – ICMS2006, Lecture Notes in Computer Science, Springer*, **4151**, (2006), 385–390, 査読有.

[学会発表] (計 16 件)

1. 濱田龍義, 「数学ソフトウェア最新事情」, ワークショップ「数学ソフトウェアとフリードキュメント VII」, 2008年9月23日, 東京工業大学.
2. 濱田龍義, 「複素空間型内の実超曲面に関する考察」, 第55回幾何学シンポジウム, 2008年8月22日, 弘前大学.
3. Tatsuyoshi Hamada, and KNOPPIX/Math committers, “KNOPPIX/Math: A Live system for enjoying mathematics with computer”, ISSAC2008, 2008年7月21日, RISC-LINZ, Hagenberg, Austria.
4. 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2008 について」, 日本数式処理学会, 2008年6月6日, 城西大学 東京紀尾井町キャンパス.
5. Tatsuyoshi Hamada, “KNOPPIX/Math: A computer environment for mathematics”, The twelfth international workshop on differential geometry and related topics, 2008年5月31日, Kyungpook National University, Taegu, Korea.
6. Tatsuyoshi Hamada, “\*-Einstein real hypersurfaces of complex space forms”, The twelfth international workshop on differential geometry and related topics, 2008年5月31日, Kyungpook National University, Taegu, Korea.
7. 濱田龍義, 「数学ソフトウェアの森 KNOPPIX/Math」, 第7回「代数学と計算」研究集会 (AC2007), 2007年12月6日, 首都大学東京.
8. 濱田龍義, 「複素双曲空間内の実超曲面について」, 第54回幾何学シンポジウム, 2007年8月25日, 鹿児島大学.
9. 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math 作成方法」, 数式処理の新たな発展, 2007年7月5日,

- 京都大学数理解析研究所.
10. 濱田龍義,「DVD 起動による数学ソフトウェア環境について」, 日本数式処理学会, 2007 年 6 月 5 日, 加計学園国際学术交流センター.
  11. Tatsuyoshi Hamada, “KNOPPIX/Math”, Software for Algebraic Geometry, 2006 年 10 月 23 日, IMA, Minnesota University, USA.
  12. Tatsuyoshi Hamada, Kuniyasu Suzaki, Kengo Iijima and Arimitsu Shikoda, “KNOPPIX/Math: Portable and distributable collection of mathematical software and free documents”, ICMS2006, 2006 年 9 月 2 日, Castro Urdiales, La Residencia, Spain.
  13. 濱田龍義,「対話式幾何学ソフトウェアについて」, 第 53 回幾何学シンポジウム, 2006 年 8 月 7 日, 金沢大学.
  14. 濱田龍義,「最新 KNOPPIX/Math 入門」, 日本応用数学会「数論アルゴリズムとその応用 (JANT)」第 15 回研究集会, 2006 年 7 月 6 日, 首都大学東京.
  15. 濱田龍義,「対話式幾何学ソフトウェアの応用について」, 日本数式処理学会, 2006 年 6 月 6 日, 東京理科大学.
  16. 濱田龍義,「KNOPPIX/Math Project について」, 第 1 回 IPAB (NPO 並列生物情報処理イニシアティブ) セミナー「Knoppix 技術の最新動向 2006」, 2006 年 5 月 26 日, 山王パークタワー.

[その他]

- (1) 報道関連情報 (計 1 件)
  - ① 2008 年 12 月 13 日、福岡大学文系センター棟に於いて開催されたオープンソースカンファレンス 2008 Fukuoka の記事が 2008 年 12 月 22 日、電波新聞に掲載された
- (2) アウトリーチ (計 4 件)
  - ① 濱田龍義,「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2009 大分, 2009 年 3 月 13 日, ソフトパーク第 2 ソフィアプラザビル 2 階
  - ② 濱田龍義,「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2008 福岡, 2008 年 12 月 13 日, 福岡大学
  - ③ 濱田龍義,「数学のおもちゃ箱 KNOPPIX/Math」, 日本数学会市民講演会, 2007 年 9 月 24 日, エル・パーク仙台セミナーホール
  - ④ 濱田龍義,「KNOPPIX/Math~OSS の可能性~」, 2007 年 3 月 20 日, 第 2

回福岡 OSS 研究会, 福岡 SRP センタービル 2 階視聴覚研究室

- (3) ソフトウェア (計 4 件)
  - ① KNOPPIX/Math/2009, 2009 年 3 月 24 日公開
  - ② KNOPPIX/Math/2008, 2008 年 3 月 8 日公開
  - ③ KNOPPIX/Math/2007, 2007 年 3 月 12 日公開
  - ④ KNOPPIX/Math/ICMS2006, 2006 年 8 月 22 日公開
- (4) ホームページ等 (計 1 件)
  - ① <http://www.knoppix-math.org/>  
※ (3) ソフトウェアを公開

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

濱田 龍義 (HAMADA TATSUYOSHI)  
福岡大学・理学部・助教  
研究者番号 90299537

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし

### (4) 研究協力者

中川 義行  
京都産業大学・非常勤講師

### 横田 博史

東芝インフォメーションシステムズ・システムエンジニア