

研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2006～2009
課題番号：18540108
研究課題名（和文） 差分法に基づく超高精度数値解法の構築と非適切な偏微分方程式逆問題への応用
研究課題名（英文） Development of highly accurate numerical method based on finite differences and its application to ill-posed problems of partial differential equations.
研究代表者
大西 和榮（ONISHI KAZUEI）
茨城大学・理学部・教授
研究者番号：20078554

研究分野： 応用数学

科研費の分科・細目： 数学・数学一般

キーワード： 応用数学、逆問題、数値解法、偏微分方程式、正則化

1. 研究計画の概要

解がデータに連続的に依存しないという意味での非適切な問題、特に偏微分方程式の逆問題と通称される問題を数値的に解く強力な方法を展開する。「超高精度近似解法」と「任意多倍長計算法」の組合せにより、データにノイズが含まれない問題に対しては、『工夫のないことを工夫する』ことを目指す。ノイズが含まれる問題に対しては、伝統的な正則化法を、任意多倍長計算法による新しい観点から捉えなおす。

2. 研究の進捗状況

(1) 多項式ベースの差分法から、指数関数ベースの任意精度多点差分法の開発に成功した。従来の差分法から抜け出し、指数関数を基底関数にもちいることに変更することにより、偏微分方程式の離散化が極力簡単に、コンピュータ上で自動的に行われ、しかも離散化点の配置に、なんら特定の構造が要求されない、いわゆる完全メッシュフリーな高精度差分法が生まれた。

(2) この超高精度差分法に任意多倍長計算法を組み合わせることに成功した。従来、100桁を超えるような計算環境を、偏微分方程式の数値解法に用いることは計算効率を損なうという観点から、諦められる傾向がみられたが、近年、数値計算を志向した汎用的に使用可能な任意多倍長浮動小数点演算システムが整備されるに及んで、環境の改善が図られ、計算数学分野におけるパラダイムシフトが進行中である。

(3) 開発された任意精度多点差分法・任意多倍長計算法一体型の解析システムをもちいて、非適切問題として典型的なラプラス方

程式の初期値問題を、コーシーデータに誤差を含まず、かつ、解が特異点を持たない場合について、求解に成功した。

(4) 解が特異点を有界な位置にもつ場合についても計算できる方法を、他者が示しつつあるものの、汎用性のある究極の精度追及には無理が容易に予想されるので、本研究においては、当初の計画通りの路線を踏襲し続けている。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

(1) 指数型多点差分法を任意多倍長計算システムに融合し、入力データに対して極めて感度が高い解を、数値的に頑健性のある方法で求められるようになってきている。

(2) 「感度が高い」という数学的性質と「頑健性がある」という数値計算上の性質は互いに矛盾するといえるので、研究の要点として、それらの折合いをどのようにつけるかということ、任意多倍長計算による特異値分解を基礎としたランク低減法を用いて示すことができるようになってきた。

4. 今後の研究の推進方策

今後もデータにノイズが含まれる場合を許容する正則化法の新しい構築に重点をおく。指数型多点差分法による離散化によって得られた連立一次方程式について、擾乱の混入した右辺を確率過程と見做すモデルを作り上げ、フィルタリングを組み合わせる正則化法を創出するとともに、フィルタリングの定式化においては、その数学的な根拠を明確にする。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① 大西和榮, 大浦洋子, 繁田岳美, 代田健二; 誤差のあるコーシーデータをもちラプラス方程式を念頭においたランク低減法. 計算数理工学論文集, 査読有, Vol. 8, 日本計算数理工学会 (2008), pp. 43-48.
- ② K. Onishi, K. Shirota, and T. Shigeta; Numerical solution to the Cauchy problem of the Laplace equation with noisy data. Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol. 57 (accepted, 2008).
- ③ K. Iijima and K. Onishi; Lattice-free finite difference method for numerical solution of inverse heat conduction problem. Inverse Problems in Science and Engineering Journal, 査読有, Vol.15-2 (2007), pp.93-106.

[学会発表] (計 2 件)

- ① K. Onishi, K. Shirota, and T. Shigeta; Regularization by rank reduction associated with the Cauchy problem of the Laplace equation. Abstracts in the International Conference on Inverse Problems and its Applications, Fudan University, Shanghai, China, p.31 (2008).
- ② 大西和榮, 繁田岳美, 代田健二; 誤差のあるデータをもつラプラス方程式の初期値問題に対するランク低減法 (Rank reduction technique for initial value problem of the Laplace equation with noisy data), 日本応用数理学会 2008 年度年会講演予稿集, 東京大学柏キャンパス, pp. 291-292 (2008).