

平成21年 3月3日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2006～2008  
 課題番号：18540119  
 研究課題名（和文） 拡張された指数型分布族における統計的推測とその情報量損失の研究  
 研究課題名（英文） A Study on Statistical Inference on an Extended Exponential Family and the Information Loss  
 研究代表者  
 熊谷 悦生（KUMAGAI ETSUO）  
 大阪大学・大学院基礎工学研究科・講師  
 研究者番号：20273617

研究成果の概要：

拡張された指数型分布族における統計的許容性という観点から、非対称な損失関数の元での2次漸近最適性に関する特徴付けや、全 $\alpha$ ダイバージェンス損失の元で推定量の2次漸近比較を行った。またARモデルでのデータの選択的取り扱いにおける正確な情報量損失を求めることにより、拡張された指数型分布族での情報量損失における漸近的結果との乖離を求め、時系列データの選択における情報量での一つの反例ともいべき結果を得た。時系列データの抽出に関する情報量損失において、情報量のリカバリーが難しいことの理論的成果でもあるので、今後の研究の足がかりとなるべき成果であった。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,000,000	0	1,000,000
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	2,900,000	570,000	3,470,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：統計数学

## 1. 研究開始当初の背景

母数の統計的推測は、指数型分布族においては観測値と母数とが数学的関係として「十分性」や「有効性」の概念によって理論的に展

開され解明されている。一般の分布族に対する統計的推測は、大標本理論により、指数型分布族に収束する「局所漸近指数型分布族」という概念の導入により数理的研究が展開されている。この指数型分布族の拡張におい

ては、近年「確率過程指数型分布族」という新しい概念の導入により発展している。確率過程指数型分布族は時間経過によらず指数型構造が保持されるという特徴を持ち統計的推測の数理的構造が明確で、多くの典型的な確率過程母数モデルが確率過程指数型となっているため、多様な時系列データの解析等に重要な役割を果たしていた。近年社会経済の国際化に伴い、環境・気象・金融における変動現象を観測データによって解析し将来の状態を予測し的確な判断や決定を行うことはますます重要になってきている。日本で開発された伊藤の公式、赤池の情報量基準、甘利の情報幾何などはこれらの変動現象の解析の基本的な手法として広く国際的に認められ使用されているにも関わらず、国内の実用的な統計モデル解析においては、確率過程母数モデルでの統計的推測の研究は必ずしも十分とはいえない。

我々は、従来から一般線形回帰モデル、時系列母数モデルなどの具体的な統計モデルに対して統計的推測やその漸近理論の研究を行い成果を納め、Fisher 情報量損失と統計的曲率の関係を漸近理論的側面と情報幾何的側面から研究してきた。これらの研究を進展させて、拡張された指数型分布族モデルにおける統計的推測の研究を行う状況にあると考えた。

## 2. 研究の目的

指数型分布族における軸確率密度関数に着目して時間と共に変化する構造を軸確率関数にも取り入れることによって、拡張された指数型分布族での統計的推測法を開発すると同時に、従来から行われてきた指数型分布族における母数の部分集合によって形成された曲指数型分布族での正確な情報量損失を拡張された指数型分布族に適用して導出し、その数理的構造を研究することになった。自然現象や経済現象などへの確率過程の本格的適用には、確率過程母数モデルの統計的推測決定理論の発展が必要であり、ここでの拡張された指数型分布族においても同様で

ある。本研究の特色は、従来の指数型分布族理論や情報量幾何学的方法を軸確率密度関数に時間共時構造を持つ拡張された指数型分布族モデルでの統計的推測理論としての研究に発展させることにあり、そこでの許容性を持つ推定量などでの正確な情報量損失を求めることにあった。

## 3. 研究の方法

環境統計や経済統計における実際のデータは、多くの事象に関するデータから構成されており、そのうえ1つずつの事象に関する時系列データが非常に大きいので全体データは巨大なものであるために、機能的なデータベースの作成を行った。更に、それらのデータに対して確率過程母数モデルや拡張された指数型分布モデルを適用し統計的推測を実行し、その結果の有効性、許容性そして実効性を検証するために、専用で高速なコンピュータと統計処理ソフトウェアと数式処理ソフトウェアを活用し数値的な結果を求めた。それと平行して、時系列データの選択的扱い方における情報量損失の計算を、シンプルなモデルにおいて実行することを行った。

具体的な研究分担は以下の通り。

本研究代表者は、今まで研究してきた課題である最尤推定量の漸近有効性、指数型分布族での Efron の parameterization という数理的構造及び最尤推定量に対する正確な情報量損失、統計的推測における情報幾何的接近などの研究を普遍して、実際のデータに拡張された指数型分布族モデルを適用しその統計的推測と推定量の正確な情報量損失の研究を行う。具体的には、軸確率密度関数の構造に時間と共に変動する構造を入れ込むことで指数型分布族を拡張して共役指数型分布族を構築し、そのモデルにおいて統計的推測の基本となる最尤推定量の性質を検証し、その正確な情報量損失を研究する。更にモデル適合の観点から、シミュレーション実験でその有効性、実効性を検証した。

本研究分担者は、今まで研究してきた

nuisance parameter が存在するときの推定量の漸近的な許容性などの研究を普遍して、本研究課題である拡張された指数型分布族における統計的推測での推定量の漸近的な許容性の研究を分担する。具体的には、拡張された指数型分布族における nuisance parameter の構造に着目し、その漸近的な性質を主として最尤推定量に関する許容性を研究分担する。モデル適合の観点からのシミュレーション実験は、本研究代表者が担当しその許容性を検証した。

#### 4. 研究成果

指数型分布族における軸確率密度関数に着目して時間と共に変化する構造を軸確率密度関数に取り入れてのモデル構築に関しては、ファイナンスデータの解析を通じて、時系列モデルであるARCHモデルやGARCHモデル等における情報量の取り扱いをさまざまな文献から研究した。拡張された指数型分布族における統計的許容性という観点から、非対称な損失関数の元での2次漸近最適性に関する特徴付けや、全 $\alpha$ ダイバージェンス損失の元で推定量の2次漸近比較を行い、またARモデルでのデータの取り扱いにおける正確な情報量損失を求め、拡張された指数型分布族での情報量損失における漸近的結果との乖離を求めた。中でも興味ある結果は、元々の時系列データにおける情報量に対して、そこから抽出した時系列データにおける情報量との差異が、一旦抽出する割合を定めて計算したものを全抽出の形に戻したとしても、情報量の復元が図れなかったことである。情報量のリカバリーに関する反例にもなる結果で、将来的には更に研究を進めていきたい成果であった。これらの結果は、拡張された指数型分布族に関する一つの成果として、より高度なデータ解析へ貢献するものである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4件)

- ① 高木祥司、On characterization of second order asymptotic optimality under asymmetric loss functions: Loss coefficient vector and admissibility, Communications in Statistics A: Theory and Methods、査読有、掲載決定 (2009)
- ② 高木祥司、Second order asymptotic comparison of estimators under total  $\alpha$ -divergence loss、Statistics、査読有、掲載決定 (2009)
- ③ 熊谷悦生、Information loss of extracted series in AR(1) model, Scientiae Mathematicae Japonicae, 69, 329-339, (2009)、査読有
- ④ 高木祥司、Second order asymptotic comparison of estimators under universal domination criterion, Australian & New Zealand Journal of Statistics, 48, 253-267, (2006)、査読有

[学会発表] (計 3件)

- ① 熊谷悦生、アローの一般可能性定理に関する一考察、国際数理科学協会、2008年8月12日、大阪府立大学
- ② 熊谷悦生、時系列モデルにおけるファイナンスデータの解析、国際数理科学協会、2007年8月7日、大阪教育大学
- ③ 熊谷悦生、合計特殊出生率に関するデータ解析、2006年8月17日、大阪大学

[図書] (計 2件)

- ① 熊谷悦生、舟尾暢男、九天社、Rで学ぶデータマイニングII、(2007)、1-248
- ② 熊谷悦生、舟尾暢男、九天社、Rで学ぶデータマイニングI、(2007)、1-25

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

熊谷 悦生 (KUMAGAI ETSUO)  
大阪大学・大学院基礎工学研究科・講師  
研究者番号：20273617

### (2) 研究分担者

高木 祥司 (TAKAGI YOSHIJI)  
大阪府立大学・理学（系）研究科（研究院）・  
准教授  
研究者番号：00231390

### (3) 連携研究者

なし