

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540122

研究課題名 (和文) 感染症の動態を記述する微分方程式系の定性理論

研究課題名 (英文) Qualitative analysis of systems of differential equations describing the dynamics of infectious disease

研究代表者

佐々木 徹 (SASAKI TORU)

岡山大学・大学院環境学研究科・准教授

研究者番号：20260664

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学、数学一般 (含確率論・統計数学)

キーワード：応用解析、数理モデル

1. 研究計画の概要

(1) 体内における病原体のダイナミクスを記述する数理モデルの定性的な性質を数学的に解明する。

(2) (1) の研究の基礎として、免疫系のダイナミクスを記述する数理モデルの定性的な性質を調べる。

(3) 社会レベルでの感染症のダイナミクスを記述する数理モデルの定性的な性質を解明する。

2. 研究の進捗状況

免疫系のダイナミクスを記述する数理モデルの定性解析に関しては、自己免疫を記述する 2 種類の数理モデルの定性的な性質に関して、ある程度の成果を得ることができた。ひとつは、病原体に感染すること等をきっかけとして自己免疫が引き起こされる現象を、ごく単純なイデオタイプ・抗イデオタイプモデルを用いて考察したものである。ここでは、特殊な場合に対して微分方程式系の不変量を求め、それを基に数値シミュレーションも利用して考察している。もうひとつは、自己免疫が引き起こされた後のダイナミクスに関して考察したもので、相互作用を記述する項の形の違いによるダイナミクスの差を、定性解析と数値シミュレーションによって考察したものである。

体内における病原体ダイナミクスを記述する数理モデルに関しては、病原体の感染細胞内への吸収効果を考慮したものと、吸収効果を見逃したものの両方に対して、内部平衡点の大域安定性に関する結果を得た。吸収効果を考慮したモデルにおいては、内部平衡点は

常に安定とは限らないので、内部平衡点が安定となる十分条件を導き出し、その条件の下で **Lyapunov** 関数を構築し、さらにラサールの不変原理を用いることにより、大域安定性を証明した。また、免疫に関するパラメータを含まないような十分条件も得ることができた。免疫に関するパラメータは推定が難しいので、このような十分条件は望ましいものである。具体的な病原体に関して言えば、例えばマラリアに対して推測されるパラメータ値はこれらの十分条件を満たしている。したがって、これらの十分条件は実用的なものであると言える。一方、吸収効果を見逃したモデルにおいては、ウイルス株が n 株ある場合を扱っている。この場合は内部平衡点が存在すれば大域安定となることを、**Lyapunov** 関数を構築し、ラサールの不変原理を用いることにより、証明した (査読付き雑誌に投稿、改訂作業中)。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展していると考えられる。当初の計画とは若干異なったが、局所安定性やパーシステンスよりも強い、大域安定性に関する結果を得たからである。

4. 今後の研究の推進方策

体内における病原体ダイナミクスを記述するモデルに関して引き続き研究を進め、さらに社会レベルでの感染症ダイナミクスに関する研究も行う予定である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Toru Sasaki and Tsuyoshi Kajiwara, Global dynamics of B cells and anti-idiotypic B cells and its application to autoimmunity, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 24-1 (2007), 査読有り
- ② Shingo Iwamia, Yasuhiro Takeuchi, Yoshiharu Miura, Toru Sasaki and Tsuyoshi Kajiwara, Dynamical properties of autoimmune disease models: Tolerance, flare-up, dormancy, J. theor. Biol. 246, 646-659 (2007), 査読有り

[学会発表] (計 2 件)

- ① Toru Sasaki, Mathematical models describing autoimmunity, International Symposium on Dynamical Systems Theory and Its Applications to Biology and Environmental Sciences, Shizuoka University, Hamamatsu, Japan, 2007 年 3 月 14 日
- ② Toru Sasaki, Global behavior of a B model incorporating autoimmunity, Japanese-Korean Joint Meeting for Mathematical Biology, 九州大学, 2006 年 9 月 16 日

[図書] (計 2 件)

- ① 稲葉寿編著、感染症の数理モデル、培風館、2008 年、125-138
- ② 日本数理生物学会編集、「数」の数理生物学、シリーズ 数理生物学要論、共立出版、2008 年、92-100