

平成 21年 6月 1日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2008

課題番号：18540123

研究課題名（和文） 数値数式融合算法のロバスト制御系設計への応用

研究課題名（英文） Applications of numeric-symbolic computations to the design of robust control systems

研究代表者

北本 卓也 (KITAMOTO TAKUYA)

山口大学・教育学部・准教授

研究者番号：30241780

研究成果の概要：研究成果は大きく分けて2分することができる。

1つはべき級数演算に関する研究成果である。べき級数演算に関する研究では、近似代数演算の考えに基づき、パラメータを含んだ数式をべき級数で表現する。べき級数は加減乗除が可能であり、一般的な数式と比較して取り扱いが柔軟に行えることから、パラメータを含んだ制御系の設計に対し、威力を発揮するものと考えられる。本研究では、べき級数演算にそのものに関する研究成果、およびその、 $H_2$  および  $H_\infty$  制御系設計等への応用を得た。

もうひとつの研究成果は、制御系設計上重要な量の代数方程式の根として表現、およびその応用に関するものである。本研究では、パラメータを含む制御対象の最適  $H_2$  ノルム、または  $H_\infty$  ノルム等を代数方程式の根として表現し、その表現を制御系設計へ応用した。

これらの研究結果は、パラメータを含むシステムに対する非常に有効な制御系設計手法、もしくは解析手法の基礎となることが期待できる。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,200,000	0	1,200,000
2007年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	690,000	4,190,000

研究分野：数式処理

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：数値数式融合計算、制御系設計、数式処理、ロバスト制御、計算機代数

## 1. 研究開始当初の背景

近年の計算機の性能向上とネットワークの発達、我々の生活に様々な恩恵をもたらしたが、それとともに計算機に対する要求が多様化され、従来の数値計算主体の手法だけでは対応しきれなくなってきた。ロバスト制御系設計においても、これまでは  $\mu$  解析/設計、 $H_\infty$  制御などの数値演算を基にした設計

が主に提案され、実際の計算には MATLAB 等の数値演算パッケージが用いられてきたが、これらの数値的手法では対応が困難なケースも存在する。例えば、制御対象に不確定パラメータや設計パラメータが含まれる場合には、現場ではパラメータになんらかの数値を代入して試行錯誤的に設計を行っているが、この方法では時間がかかる上、手法が

ヒューリスティックであるため設計仕様が完全に満たされているかどうかの検証が困難である。設計の効率化、商品化への時間の短縮化が求められている近年においてこれらは問題となりつつある。

そこで、パラメータの取り扱いが可能な数式処理システムを活用し、パラメータを生かしたまま制御系設計を行う研究が行われるようになった。こういった数式処理システムを用いて制御系設計を行う試みは古くから行われてきたが、初期の研究においては数値計算における計算方法をそのまま数式処理システムへ適用したため、数式が複雑になり、思うような結果を得ることができなかった。近年では、数式処理の研究分野での最新の成果である **Quantifier Elimination (QE)** という手法を用いて、制御系設計を行う方法が注目を集めつつある。ここで用いられている基本的な考えは、まず、制御系設計問題を **Quantifier ( $\forall, \exists$ )** を含んだ命題で表現し、それに対し **QE** を適用して解を得るというものである。これは数式処理の技法を制御系設計に持ち込んだものであるが、小さいサイズの問題にはうまく適用できるものの、実際的なサイズの問題への適用が難しいという課題を抱えている (**QE** はとても計算時間のかかる重い計算である)。

このように、制御系設計と数式処理システムの活用においては、片方に手法にもう一方の手法を一方的な持ち込むやり方では難しい状態にあった。そこで、両者の手法を融合し、お互いの長所を取り入れた制御系設計法が求められていた。

## 2. 研究の目的

上記の状況を踏まえ、「従来の数値的手法に数式的手法を融合させ、効率的で実用的な制御系設計手法を開発すること」を目的として本研究を行った。

## 3. 研究の方法

具体的に設計法の効率化を行うための方法として、主に次の2つの手法を検討した。

(1) べき級数演算を活用して、記号計算の数値計算の融合を図る。

(2) **QE** の計算を制御系設計に特化し、より簡単にすることで計算効率の向上を図る。

上の(1)は、近似代数の考えに基づき、パラメータを含んだ数式をべき級数で表現し、応用するものである。べき級数は加減乗除が可能であり、一般的な数式と比較して取り扱いが柔軟に行えることから、 $H_2$  または  $H_\infty$  制御系設計等における応用が期待できる。また、べき級数演算は数値計算よりは遅いものの、数式の計算に比較すれば十分早い演算なの

で、効率的な制御系設計が期待できる。このようなべき級数演算の制御系設計については、すでにいくつかの結果が出てきてはいるが、さらに研究を推し進めることで適用範囲を広げることが可能である。

上の(2)は **QE** の計算方法を、制御系設計にあわせ、単純化してやることで計算効率の向上を図ろうとする試みである。**QE** は非常に強力な手法であり、制御系設計における仕様のほとんどを **QE** の枠組みで表現することが可能である。しなしながら、その強力さゆえに非効率的であり、制御系設計にそのまま適用するとごく小さな問題以外は計算時間がかかりすぎ、事実上適用が不可能である。そこで、まず制御系設計上重要な量を多項式の根として表現すること考える。これは、**QE** において、計算を途中で止めることに相当し、実際の **QE** では、そこから時間のかかる計算が続いているわけであるが、制御系設計では必ずしもその時間がかかる計算が必要なわけではなく、多項式の根としての表現が得られれば十分な場合もある。よって、まずこの多項式の根としての表現を求め、そのあとでこの表現を用いて制御系設計を行う手法を検討する。

## 4. 研究成果

研究成果を「3. 研究の方向」で述べた2つの方向に分けて述べる。

まず、(1) についてであるが、これに関しては、べき級数演算の効率と正確性に関する研究を主に行った。下記の雑誌論文の(3)は、浮動小数点演算により計算されたべき級数の係数に含まれる数値誤差をチェックする方法を提案したものである。論文の題目にあるように、この方法は数値演算誤差のチェックのための方法であり、この手法を用いてべき級数を正確に計算することは現実的でない。チェックの結果、数値演算誤差が多いと判定されれば、もう一度、計算精度を上げてべき級数を計算する必要がある。また、雑誌論文の(5)ではべき級数根を計算するときの計算効率が、計算法の収束次数を変えることでどのように変わるかを議論している。具体的には、Nourein 法を用いて指定された次数までべき級数根を計算したときの計算量を、用いた収束次数の関数として明示的に表しており、これを用いることで最も効率の良い収束次数を求めることができる。これら(雑誌論文の(3), (5))の研究は、べき級数の効率的かつ正確な演算へ貢献すると考えられる。

(2) は先に述べたように、制御系設計上重要な量を、代数方程式の根として表現する研究である。表現された量を論文ごとに挙げると以下ようになる。

論文：代数方程式の根として表現された量

学会発表(1)：安定なシステムの  $H^\infty$  ノルム  
学会発表(5)：ハンケル特異値  
雑誌論文(1)：状態フィードバックにより達成可能な最適  $H^\infty$  ノルム  
雑誌論文(2)：状態フィードバックにより達成可能な最適  $H_2$  ノルム  
雑誌論文(4)：出力フィードバックにより達成可能な最適  $H^\infty$  ノルム

$H^\infty$  ノルムに関する結果が多いが、従来の最適  $H^\infty$  ノルムの計算法は、数値計算に頼っており、システムがパラメータを含むときにはそのままでは適用できないことを考えると、研究結果の意義は大きいと考える。

学会発表の(4)では、これらの手法を応用し、パラメータを含むシステムが与えられたとき、そのシステムが正定性をもつようなパラメータの範囲を計算する方法を提案している。

学会発表の(2)、(3)は制御系設計で重要な代数的 Riccati 方程式の定義多項式を計算する効率的な方法を提案している。代数的 Riccati 方程式は行列の方程式なので、行列の各要素を変数におけば、連立代数多項式とみなすことができる。よって Groebner 基底をもちいれば、理論的には定義多項式を計算可能であるが、計算量の問題から、この方法は実際上はごく小さな代数的 Riccati 方程式に対してしか適用できなかった。そこでこれらの論文では数値計算による代数的 Riccati 方程式の解法を用いて、効率的な定義多項式の計算法を提案している。これらの計算法は代数的 Riccati 方程式の定義多項式のみならず、上の雑誌論文(1)、(2)、(5)の計算にも適用できるため、研究成果の意義は大きいと考える。

学会発表(4)は、パラメータを含んだシステムに対して、それが正定であるようなパラメータの範囲を計算する方法を提案している。これは代数的 Riccati 方程式を用いており、そういった意味では学会発表(2)、(3)の応用といえる。

これらの結果は、パラメータを含むシステムに対する非常に有効な制御系設計手法、もしくは解析手法の基礎となることが期待できる。これらの結果を実際の制御系設計に活用し、応用例を作っていくことがこれからの課題である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- (1) T. Kitamoto, "On computation of a power series root with arbitrary degree of convergence", Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol. 25(3), 255-279, 2008, 査読有
- (2) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "The optimal  $H^\infty$  norm of a parametric system achievable using output feedback controller", IEICE Trans., Vol. E91-A(7), 1713-1724, 2008, 査読有
- (3) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "On the check of accuracy of the coefficients of formal power series", IEICE Trans., Vol. E91-A(8), 2101-2110, 2008, 査読有
- (4) 北本、山口, "パラメータを含むシステムの LQ 制御問題について", 電子情報通信学会論文誌, Vol. J91-A(3), 349-359, 2008, 査読有
- (5) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "The optimal  $H^\infty$  norm of a parametric system achievable using static feedback controller", IEICE Trans. Vol. E90-A(11), 2496-2509, 2007, 査読有

[学会発表] (計 5 件)

- (1) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "On the Hankel singular values for a parametric system", SICE Annual Conference 2008, Tokyo, 22/8/2008, 査読有
- (2) T. Yamaguchi and T. Kitamoto, "On strong positive realness of a system that contains a parameter", ATCM 2008, Bangkok, 17/12/2007, 査読有
- (3) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "On the computation of the defining polynomial of the algebraic Riccati equation", CASC 2007, Bonn, 17/9/2007, 査読有
- (4) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "Modular method for the computation of the defining polynomial of the algebraic Riccati equation", ICCAS International Joint Conference Seoul, Seoul, 19/10/2007, 査読有
- (5) T. Kitamoto and T. Yamaguchi, "Parametric computation of  $H^\infty$  norm of a system", SICE-ICASE International Joint Conference, Busan, 19/10/2006, 査読有

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

- 出願状況 (計0件)
- 取得状況 (計0件)

[その他]  
ホームページ等 なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

北本 卓也 (KITAMOTO TAKUYA)  
山口大学・教育学部・准教授  
研究者番号：30241780

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし