

平成22年3月31日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540125

研究課題名（和文）ランダムシュレーディンガー作用素のスペクトル

研究課題名（英文）Spectrum of Random Schroedinger Operators

研究代表者

中野 史彦（NAKANO FUMIHIKO）

高知大学・教育研究部自然科学系・准教授

研究者番号：10291246

研究成果の概要（和文）：d次元正方格子上のランダムシュレーディンガー作用素の局在領域における固有値・固有関数の挙動を考え、(1)スペクトル全体の固有値を見れば、固有値と固有関数の直積空間において一様分布していること、(2)自然なスケーリングにおいてはポアソン分布していること、(3)より細かいスケールでは固有関数同士は互いに反発していること、を示した。また、ユークリッド空間上のランダムシュレーディンガー作用素についても、Minami's estimate と呼ばれる不等式を仮定すれば、同様の結果が成り立つことを示した。

研究成果の概要（英文）：We consider the distribution of eigenvalue and eigenfunction on the localized region of the random Schroedinger operator on d-dimensional square lattice. We showed that, (1) they are uniformly distributed, as a whole, (2) they obey Poisson distribution in the natural scaling limit, and (3) they are repulsive under smaller scaling. Moreover, if we have Minami's estimate, the same results also hold for the random Schroedinger operators on the continuum.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	700,000	0	0
2007年度	700,000	210,000	910,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
総計	2,800,000	630,000	3,430,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：ランダムシュレーディンガー作用素、アンダーソン局在、局在中心

1. 研究開始当初の背景

d次元正方格子上のランダムシュレーディンガーにおいて、しかるべき条件の下でアンダーソン局在が起こり、かつ固有値はポアソン分布に従うことはよく知られている反面、固有関数の空間分布についての研究は知られていなかった。一方、物理ではモット伝導度

の計算において近い固有値に対応する固有関数同士は互いに反発することが定性的に指摘されていた。

2. 研究の目的

d次元正方格子上のランダムシュレーディンガー作用素のアンダーソン局在が起こって

いるようなスペクトルの領域において、固有値・固有関数の分布を調べる。

3. 研究の方法

ランダムシュレーディンガー作用素の固有値・固有関数の局在中心のなす点過程、及び固有値・固有関数のなすランダム測度を考え、それぞれ色々なスケールリングの下での無限体積極限を求める。

4. 研究成果

3. 研究の方法欄で述べた点過程・ランダム測度の極限について、次の結果が得られた。

(1) 局在領域全体でのマクロ極限は確率1で一様分布に収束する。これは局在領域における固有値全体をみると、対応する固有関数の局在中心は一様に分布していることを意味する。

(2) natural scaling limit では分布の意味でポアソン分布に収束する。固有値の分布がポアソン分布に収束することは知られている(1996)。ここでは、同様のことが固有関数の局在中心においても成り立つことがわかった。

(3) 固有値同士の間隔においてより細かいスケールリングを行うと、対応する局在中心同士は反発する。このことは物理学者のモットにより定性的には知られていたが、その事を定量的に調べたことになる。

(4) ユークリッド空間上のランダムシュレーディンガー作用素について同様の問題を考えた。Minami's estimate と呼ばれる固有値同士の相関に関する不等式がもし得られれば、(1)-(3)と同様の結果が得られる。実際、ごく最近、Combes-Germinet-Klein により、Minami's estimate が証明された。

(5) 上記の研究の副産物として、アンダーソンモデルの稠密に分布する固有値・固有関数を有限系の固有値・固有関数を用いて具体的に近似する方法を局在中心を使って構成した。このことにより、局在領域では固有値のみならず固有関数の意味でも有限系で近似できることがわかる。

(6) スペクトルの下限近傍ではリフシッツテイルのため、固有値の集積度が指数的に小さいことにより、上記の点過程・ランダム測度の極限は0になり意味をなさない。そこで、積算状態密度を用いてスケールリングした点過程を考え、無限体積極限を考察した。その列がある部分列が集積点を持ち、その集積点が無限分解可能な点過程であることを示し

たが、ポアソン分布であるかどうかについては現時点では不明である。

(7) ランダム磁場を持つランダムシュレーディンガー作用素についても同様の問題を考察したが、Minami's estimate が知られていないために解析は困難である。(6)と同様の結論までは得られたが、その先の研究はこれからの課題として残った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

[1] 中野史彦

"Infinite divisibility of random measures for some random Schrodinger operators", Osaka J., Vol. 46, No.3(2009), p.845-862. 査読有り

[2] 中野史彦

「ベータ格子上的アンダーソンモデルにおける固有値・固有関数の分布について」
(A remark on distribution of eigenfunctions of the Anderson model on the Bethe lattice)
数理解析研究所講究録, No. 1600, 2008年5月, p. 147-151.

[3] 中野史彦

「アンダーソンモデルの固有値・固有関数の分布について」
数理解析研究所講究録, No. 1563. 2007年6月, p.43-51.

[4] 中野史彦

Distribution of eigenfunctions in the Anderson model"
北海道大学数学講究録, no.122, August, 2007, p.1-9.

[5] 中野史彦

"Distribution of localization centers in some discrete random systems", Rev. Math. Phys. Vol.19, No.9(2007), p.941-965. 査読有り

[6] 中野史彦

"The finite volume approximation of the Anderson model", J. Math. Phys. Vol.48, No.4(2007), p.042102-042107. 査読有り

[7] R. Killip, 中野史彦

"Eigenfunction statistics in the localized Anderson model", Ann. Henri Poincare, Vol. 8, No.1(2007) p.27-36. 査読有り

[8] 中野史彦 “The repulsion between localization centers in the Anderson model”, J. Stat. Phys. Vol. 123, No.4(2006), p.803-810. 査読有り

〔学会発表〕(計 20 件)

[1] 中野史彦 “On energy level statistics at low energy”, 研究集会「ランダム作用素のスペクトルと関連する話題」、2009 年 12 月 2 日～4 日、京都大学

[2] 中野史彦 “Infinite divisibility of random measures associated to random Schroedinger operators”, 研究集会「微分方程式と数理解析」、2009 年 3 月 15 日～17 日、ウエルハートピア熱海

[3] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”
研究集会 “Schroedinger Equations and Related Topics”, 2009 年 1 月 5 日～8 日、東京大学

[4] 中野史彦 “On distribution of eigenfunctions of random Schroedinger operators on Bethe lattice”, 研究集会「ランダム作用素のスペクトルと関連する話題」、2007 年 11 月 14 日～16 日、京都大学

[5] 中野史彦 “Recent topics in the theory of Anderson localization”, 研究集会「繰り込み群の数理解析における応用」、2007 年 9 月 12 日～14 日、京都大学数理解析研究所

[6] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 第 32 回札幌偏微分方程式シンポジウム、2007 年 8 月 24 日～26 日、北海道大学、

[7] 中野史彦 「アンダーソンモデルにおける固有値・固有関数の分布について」、京都解析コロキウム、2007 年 6 月 16 日、京都大学

[8] 中野史彦 「アンダーソンモデルにおける固有値・固有関数の分布について」日本数学会特別講演、2007 年 3 月 27 日、埼玉大学

[9] 中野史彦 「ランダムシュレーディンガー作用素の固有関数の分布について」、研究集会「偏微分方程式経路研究集会」、2007 年 2 月 22 日～24 日、兵庫県立大学、

[10] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 研究集会「スペクトル散乱理論とその周辺」、2007 年 2 月 5 日～7 日、京都大学数理解析研究所

[11] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 研究集会「第 24 回九州における偏微分方程式研究集会」、2007 年 1 月 29 日～31 日、九州大学

[12] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 筑波大学解析セミナー、2007 年 1 月 17 日、筑波大学

[13] 中野史彦 「ランダムシュレーディンガー作用素のスペクトルのゆらぎについて」、筑波大学集中講義、2007 年 1 月 16 日～18 日、筑波大学

[14] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 研究集会 “Spectral theory of random Schroedinger operators and related fields in probability”, 2006 年 12 月 11 日～15 日、京都大学

[15] 中野史彦 “Approximation of eigenvalues in the Anderson model”, 研究集会「微分方程式と数理解析」2006 年 11 月 5 日～7 日、鬼怒川温泉ホテルたかはら

[16] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 熊本大学応用解析セミナー、2006 年 10 月 14 日、熊本大学

[17] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, Mathematical Physics Seminar, 2006 年 9 月 15 日、CPT, Luminy, France

[18] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, “Operator Theory in Quantum Physics”, 2006 年 9 月 9 日～14 日、Prague, Czech Republic

[19] 中野史彦 “Distribution of eigenfunctions in the Anderson model”, 研究集会 “Current Status of Rigorous Statistical Mechanics and Mathematical Quantum Field Theory”, 2006 年 9 月 4 日～9 日、九州大学

[20] 中野史彦 「ランダムシュレーディンガー作用素における固有値・固有関数の分布について」、作用素論シンポジウム、2006 年 7 月 15 日～18 日、沖縄県青年会館

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中野史彦 (NAKANO FUMIHIKO)
高知大学・教育研究部自然科学系・准教授
研究者番号：10291246

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

南就将 (MINAMI NARIYUKI)
慶応大学・医学部・教授
研究者番号：10183964

上木直昌 (UEKI NAOMASA)
京都大学・人間環境学科・准教授
研究者番号：80211069