

平成21年 5月29日現在

研究種目：基盤研究 (C)
 研究期間：2006 ～ 2008
 課題番号：18540140
 研究課題名 (和文) 分割表とグラフィカルモデルに対する代数的アプローチによる算法構築
 研究課題名 (英文) Constructing Algorithms for Contingency Tables and Graphical Models by using Algebraic Approaches
 研究代表者
 松井 泰子 (Yasuko Matsui)
 東海大学・理学部・准教授
 研究者番号：10264582

研究成果の概要：

本研究では、グラフィカルモデルの一つの分解可能モデルを扱った。統計データをグラフィカルモデルを用いて最尤推定計算する際、完全列と呼ばれる組合せ構造を、漏れや重複無く列挙することが望まれる。本研究では、分解可能モデルの完全列を全列挙するアルゴリズムを初めて構築した。提案したアルゴリズムは計算量の意味で最速で、また、完全列は求まる度に出しメモリに保存する必要が無いという長所を持つ。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成18年度	1,300,000	0	1,300,000
平成19年度	1,100,000	330,000	1,430,000
平成20年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	630,000	4,030,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：数学一般 (含確率論・統計数学)

キーワード：統計, グラフィカルモデル, 完全列, 列挙アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

統計データを検定する際には、最尤推定計算が必須である。しかし、一般にその計算は困難である。

統計データの因子の関係をグラフで表したグラフィカルモデルの分野に、分解可能モデルと呼ばれるグラフがある。分解可能モデルの最尤推定は比較的容易に計算できることが知られているため、分解可能モデル上に特化した最尤推定計算に関する研究が盛んに行われている。

分解可能モデルでの最尤推定計算の際には、完全列とよばれる、分解可能モデル上の極大クリーク列を列挙することが望まれていたが、既存の研究では(一様ランダムでは無い)サンプリングのみしか実現していなかった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、分解可能モデルの持つ、特徴ある組合せ構造を代数的に解析することで、完全列を効率良く全列挙するアルゴリズムの構築を試みることにある。

分解可能モデルは、グラフ理論の分野ではコーダルグラフと呼ばれるグラフと等価である。コーダルグラフに対し、クリーク木と呼ばれる木が定義できる。クリーク木とは、コーダルグラフ中の極大クリーク同士の隣接構造を表現した木構造である。

「グラフがコーダルグラフである必要十分条件は、グラフがクリーク木をもつ」ことが知られており、一般に、コーダルグラフには複数のクリーク木が存在する。コーダルグラフの完全列とは、コーダルグラフのクリーク木の葉を、端から順に取り去ったものを逆に並べた列である。

本研究で提案する列挙アルゴリズムは以下の3つの性質を満たすもののみに限定した。すなわち、

- 1) 対象とするコーダルグラフから、クリーク木を構成すること無く、完全列を求める。
- 2) 一度求めた完全列をメモリに保持しない。(求める度に出力する)
- 3) 完全列を、1個当たり入力サイズの多項式時間で求める。

というものである。列挙アルゴリズムの効率の良さを追求するには上の条件を満たすことが必須である。

3. 研究の方法

分解可能モデルは、グラフ理論の分野ではコーダルグラフと呼ばれ、古くから多くの研究がなされ、様々な性質が知られている。そこで、グラフ理論で既知の性質から、完全列にマッチした結果を引用することで、列挙アルゴリズムを構築することにした。

列挙アルゴリズムのアイデアの基本はAvis & 福田によって提案された逆探索法に依存する。逆探索法は、解の間の親子関係の判定を用いて、解同士の間木構造を定義し、それを暗に辿ることで解を全列挙するものである。しかし、親子関係の判定方法を発見しても、それだけでは効率良い列挙アルゴリズム構築には至らない。なぜなら逆探索法を単に実現するだけでは、多くの場合、解の間の親子関係の判定に膨大な時間を要する事が知られているからだ。

そこで、親子関係の判定を避けるため、解の組合せ構造に着目し、工夫をこらした列挙アルゴリズムの構築が必要となる。一般に、解集合のもつ組合せ構造は自明では無いため、数学的な洞察が必要となる。

4. 研究成果

(1) 研究の主な成果

コーダルグラフの完全列を重複無く全て列挙する高速アルゴリズムを考案した。アルゴリズムは3で掲げた性質をすべて満たすものである。さらに、コーダルグラフに対し前処理を施すことにより、完全列を1個当たり定数時間で出力するように改良出来た。

この時間は、最速であるため、当初の研究目的を果たす列挙アルゴリズムの構築が実現出来た。

(2) 得られた成果の国内外における位置づけ

2008年12月にオーストラリアにて開催された国際会議に研究結果を投稿した所、採択され発表出来た。採択率は約3倍と高倍率であり、世界中から応募があった事から、提案したアルゴリズムの良さが国際的に評価されたと思われる。

成果は現在、国際的にレベルの高いジャーナルに投稿中である。

(3) 今後の展望

今後の課題として、コーダルグラフから完全列を一様ランダムにサンプリングするアルゴリズムの提案が挙げられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

[1] Y. Matsui, R. Uehara, and T. Uno, ``Enumeration of Perfect Sequences of Chordal Graph,`` Proc. Of the 19th International Symposium on Algorithms and Computation, Lecture Notes in Computer Science, 5369, pp. 859-870, 2008. 査読有

[2] 松井泰子, ``組合せ構造の列挙とサンプリング,`` 研究集会「代数, 形式言語, 計算システム理論とその応用」, 京都大学数理解析研究所講究録, 1562, pp. 92-98, 2007. 査読無

[3] M. Tsuchiya and K. Hatanaka, ``On k-trees with given leaves,`` International Journal of Pure and Applied Mathematics, 40, pp. 429-434, 2007. 査読有

[4] M. Tsuchiya and K. Ogawa, and S. Iwai, ``A note on chordal bound graphs and posets,`` International Journal of Pure and Applied Mathematics, 308, pp.955-961, 2008. 査読有

[学会発表] (計 14 件)

[1] 松井泰子, ``Enumeration of Perfect Sequences of Chordal Graph,`` ISAAC 2008, The 19th International Symposium on Algorithms and Computation, 2008/12/17, Gold Coast International Hotel, オーストラリア.

[2] 松井泰子, ``An Algorithm for Enumerating All Clique Trees and Perfect Sequences of Chordal Graph,`` IASC 2008, 2008/12/7, パシフィコ横浜.

[3] 松井泰子, ``Enumeration of Perfect Sequences of Chordal Graph,`` Acceleration and Visualization of Computation for Enumeration Problems, 2008/9/29, 京都大学数理解析研究所.

[4] 松井泰子, ``Enumeration of Perfect Sequences of Chordal Graph,`` 離散数学セミナー, 2008/9/16, 北海道大学理学部数学教室.

[5] 松井泰子, ``Enumeration of Perfect Sequences of Chordal Graph,`` 組合せ論サマースクール 2008, 2008/9/9, カルチャーリゾート フェストーネ・沖縄県宜野湾市.

[6] 松井泰子, ``Poset の linear extension の列挙,`` 第 8 回列挙アルゴリズムセミナー, 2008/8/29, 群馬大学伊香保研修所.

[7] 松井泰子, ``A fast algorithm for generating all perfect sequences,`` 第 4 回組合せ論若手研究集会, 2008/2/4, 慶応大学.

[8] 松井泰子, ``A fast algorithm for generating perfect sequences,`` 応用数学合同研究集会, 2007/12/18, 龍谷大学.

[9] 松井泰子, ``環境科学の統計モデルのための完全列の高速列挙法,`` ミニシンポジウム 新世代計算限界と地球環境問題, 2007/12/4, 京都大学桂キャンパス.

[10] 松井泰子, ``コーダルグラフのクリーク木と perfect sequence の列挙,`` 第 19 回位相幾何学的グラフ理論研究集会,

2007/11/16, 横浜国立大学みなとみらいキャンパス.

[11] 松井泰子, ``コーダルグラフと perfect sequence -列挙解法の観点からの効率の良い構成法-,`` 科学研究費「計算代数統計」研究集会, 2007/10/17, ホテル日航豊橋.

[12] 松井泰子, ``An algorithm for generating all perfect sequences of a chordal graph,`` 38th Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph theory and Computing, 2007/3/7 Florida Atlantic University.

[13] 松井泰子, ``組合せ構造の列挙とサンプリング,`` 研究集会「代数, 形式言語, 計算システム理論とその応用」, 2007/2/20, 京都大学数理解析研究所.

[14] 松井泰子, ``整数計画問題とグレブナー基底,`` 研究集会「グレブナー基底夏の学校」, 2006/8/30, 京都大学数理解析研究所

[図書] (計 2 件)

[1] 「入門オペレーションズ・リサーチ」
松井泰子, 根本俊男, 宇野毅明共著, 東海大学出版(2008), pp.91-136.

[2] 「グレブナー基底の現在(いま)」 (共著)
数学書房(2006), pp.107-127.

[その他]

ホームページ等
<http://www.ss.u-tokai.ac.jp/~yasuko/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松井 泰子 (Yasuko Matsui)
東海大学・理学部・准教授
研究者番号: 10264582

(2) 研究分担者 (平成 18 年度, 19 年度)

渡辺 純三 (Junzo Watanabe)
東海大学・理学部・教授
研究者番号: 40022727

土屋 守正 (Morimasa Tsuchiya)
東海大学・理学部・教授
研究者番号: 00188583

(3)連携研究者(平成 20 年度)

渡辺 純三 (Junzo Watanabe)

東海大学・理学部・教授

研究者番号：4 0 0 2 2 7 2 7

土屋 守正 (Morimasa Tsuchiya)

東海大学・理学部・教授

研究者番号：0 0 1 8 8 5 8 3