

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540158

研究課題名 (和文) ハミルトン流による偏微分方程式の大域的研究

研究課題名 (英文) Hamilton flow and partial differential equation

研究代表者

梶谷 邦彦 (KAJITANI KUNIHICO)

筑波大学・名誉教授

研究者番号：00026262

研究分野：関数方程式

科研費の分科・細目：基礎解析

キーワード：キルヒホフ方程式、波動方程式、大域解、散乱問題

## 1. 研究計画の概要

(1) 波動方程式およびキルヒホフ方程式に対する初期値問題の時間大域解の存在定理さらに散乱問題の研究。

(2) ストークス方程式に対する初期値問題の解の  $L^p$ — $L^q$  評価を導くのが目標。

(3)  $p$ —ラプラシアンに対応する波動方程式およびキルヒホフ方程式に対する初期値問題の時間大域解の存在定理さらに散乱問題の研究。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 摂動された波動方程式に対する初期値問題の解の時間減衰。

(2) 空間1次元における摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値問題の時間大域解の存在定理および散乱問題の解決を導くために、特性曲線の方法を用いて解の評価を行った。

(3) 空間多次元における摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値問題の時間大域解の存在定理を導くための十分条件として、初期値が積分可能であるという検証が簡単な条件を発見した。多次元の場合は1次元の場合と違った証明方法を用いた。

(4) (3) と同様な設定の下で摂動されたキルヒホフ方程式に対する散乱問題の考察が可能になった。すなわち摂動されたキルヒホフ方程式とフリーなキルヒホフ方程式の間の非線形な波動作用素およびその逆作用素の存在が積分可能条件の下で可能になった。

(5) 空間多次元における摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値の積分可能条件

を検証する場合、ハミルトン流がノントラッピング条件を満たすことが重要である。この条件の下では、摂動された波動方程式とフリーの波動方程式の間の波動作用素を用いることが出来て、積分可能条件を検証が容易になる。

(6) 半空間におけるストークス方程式に対する初期値—境界値問題は、境界条件がディレックレイおよびノイマン条件の場合に研究がなされているが、一般の境界条件についてはあまり研究がなされていない。境界条件をより一般的することによって、よりこの問題の本質が見えてくる。この場合ラプラス逆変換の計算が初期値—境界値問題の解の  $L^p$ — $L^q$  評価を導くのに有効に働く。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

今回の研究課題において、摂動された波動方程式、空間1次元および多次元における摂動されたキルヒホフ方程式およびストークス方程式についての考察は予定通り結果が得られたが、 $p$ —ラプラシアンに対応する波動方程式およびキルヒホフ方程式に対する考察は今後の課題である。

## 4. 今後の研究の推進方策

次年度が最終年度で、 $p$ —ラプラシアンタイプの波動方程式およびキルヒホフ方程式についての考察を行う。

(1) 空間1次元における  $p$ —ラプラシアンタイプの波動方程式に対する初期値問題のソボレフ空間での時間局所解の存在定理は

すでに得られている。また空間多次元における  $p$ -ラプラシアンタイプの波動方程式に対する初期値問題のジュブレ空間での時間局所解の存在定理は得られている。

(2) 今後の課題は空間多次元における  $p$ -ラプラシアンタイプの波動方程式およびキルヒホフ方程式に対する初期値問題のソボレフ空間での時間局所解の存在定理の証明さらに時間大域解および散乱作用素の存在証明である。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

① 梶谷邦彦, Scattering for multidimensional Kirchhoff equations, Journal of Mathematical Society (2009) 査読有り, 投稿中。

② 梶谷邦彦, Time global solutions to the Cauchy problem for multidimensional perturbed Kirchhoff equations, Phase Space Analysis of Partial Differential Equations, Edited by Antonio Bove, Springer imprint Birkhauser Boston (2009) p.138-149, 査読有り

③ 梶谷邦彦, Scattering for one dimensional perturbed Kirchhoff equations, J. Math. Soc..Vol. 60, No. 3, 2008, 665-694. 査読有り

④ 梶谷邦彦, Time decay estimates of solutions for wave equations with variable coefficients, Hyperbolic Problem and Regularity questions Trends in Mathematics, 121-138, 2006, Birkhauser. 査読有り

[学会発表] (計6件)

① 梶谷邦彦, ストークス方程式に対する混合問題, 早稲田応用解析シンポジウム, 熱海 2009年3月3日

② 梶谷邦彦, ストークス方程式に対する混合問題の会の評価, 東海大学解析学シンポジウム, 東海大学, 2009年3月1日

③ 梶谷邦彦, Scattering for multidimensional Kirchohh equations, Poincare Seminaire, フランス パリ ポアンカレ研究所, 2008年12月17日

④ 梶谷邦彦, キルヒホフ方程式に対する初期値問題の時間大域解, 東海大学解析学シンポジウム, 東海大学, 2008年11月1日

⑤ 梶谷邦彦, Scattering for Kirchohh type equations, Sumposium of P.D.E., of Univ. of Cagliari, イタリア カリアリ大学, 2008年9月24日

⑥ 梶谷邦彦, Time global solutions to the

Cauchy problem for Kirchohh equations, Seminar of Analysis of Univ. of Trieste, イタリア トリエステ大学, 2008年9月18日