

研究種目： 基盤研究 (C)

研究期間： 2006 ~ 2009

課題番号： 18540173

研究課題名 (和文) 偏微分方程式系に対する解の一意接続性・極限吸収原理とその応用

研究課題名 (英文) Strong unique continuation property and limiting absorption principle for partial differential systems with their applications

研究代表者

大鍛治 隆司 (OKAJI TAKASHI)

京都大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号： 20160426

研究分野： 偏微分方程式論

科研費の分科・細目： 数学・基礎解析学

キーワード： 偏微分方程式系・解の一意接続性・極限吸収原理・ディラック作用素

1. 研究計画の概要

本研究では数理物理学に現れる各種の偏微分方程式系に対する解の一意接続性と極限吸収原理を取り扱い、その応用として、連続スペクトル中の固有値の非存在、スペクトルの絶対連続性、散乱状態の解の時間遠方での極限構造等を解明する。特に、相対論的粒子の運動を記述するディラック方程式や相対論的シュレディンガー方程式についてポテンシャルが減衰しない場合を中心に扱う。

2. 研究の進捗状況

相対論的粒子の運動を記述するディラック方程式について、空間遠方で減衰しないポテンシャルを持つ場合の代表例として零次元ポテンシャルを取り扱い、光速度が十分大きな場合に、対応するディラック作用素に対する極限吸収原理が除外集合なしで成り立つことを確立した。このためにまず、ディラック作用素をあるユニタリ変換を用いて符号の異なる一対の相対論的シュレディンガー作用素の摂動と捉え直すことが有効であることに着目し、おのおのの相対論的シュレディンガー作用素に対する一様な極限吸収原理 (ある種の重み付き L^2 評価) を除外集合なしで導いた。そのための方法として、標準的な Mourre 理論 (交換子法) ではなく、いわゆる弱共役交換子法を用いることとし、付随する共役作用素として通常の場合に選択される伸長群の無限小生成作用素ではなく、古典的運動作用素から決まるポテンシャルに依存しない形の新しい作用素を用いる

ことが重要な点である。このようにして得られた重み付き L^2 評価式である極限吸収原理を基礎にして、ディラック作用素が単独作用素ではなくシステムであることの特徴を最大限活用した摂動論的考察により、光速度が十分大きい場合には、ディラック作用素についても同様の極限吸収原理が除外点なしで成り立つことがわかった。この一つの結論としてディラック作用素のスペクトルが絶対連続スペクトルしか持たないことが従う。さらに時間発展作用素の時間無限遠方での挙動についてもその第 1 段階として相対論的シュレディンガー作用素に対するの予備的考察を行っているところである。また、流体現象に現れるストークス方程式について係数の特異性が臨界指数の場合にもある条件下で解の強一意接続性が成り立つことが示せた。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

(理由) 本研究における最重要な部分は極限吸収原理における基本評価式を導くことであるが、これがスペクトルパラメーター全域で成り立つことが示せている。

4. 今後の研究の推進方策

次の段階として時間発展作用素としてのディラック方程式に対する初期値問題の解の時間無限大での漸近挙動を解析する。そのためにまず相対論的シュレディンガー方程式についての対応する考察を行うことからとりかかる。その際、本研究で得られた極限吸

収原理を踏まえて、初期値問題に関する解について重みの付いた詳細な時間積分評価式を導くことが重要である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

大鍛治 隆司, On the spectrum of Dirac operators, 数理解析研究所講究録 1607「スペクトル・散乱問題とその周辺」, 65 - 76, 2008

大鍛治 隆司, 山田 修宣, ディラック作用素のスペクトルについて I & II, 第45回実函数論・関数解析学合同シンポジウム講演集, 115 - 146, 2006

[学会発表](計2件)

大鍛治 隆司, ストークス方程式に対する解の強一意接続性, 日本数学会年会, 2009年3月26日, 東京大学

大鍛治 隆司, 相対論的シュレディンガー作用素に対する一様なレゾルベント評価について, 日本数学会秋期総合分科会, 2008年9月26日, 東京工業大学