

平成 21 年 4 月 8 日現在

研究種目：基盤研究 (C)
 研究期間：2006～2009
 課題番号：18540189
 研究課題名 (和文) 高次元領域における走化性方程式系の爆発解の挙動に関する研究
 研究課題名 (英文) On the study of behavior of blowup solutions to a chemotaxis system in high dimensional domains
 研究代表者
 仙葉 隆 (SENBA TAKASI)
 九州工業大学・大学院工学研究院・教授
 研究者番号：30196985

研究分野：偏微分方程式論
 科研費の分科・細目：数学・基礎解析学
 キーワード：関数方程式、走化性方程式、爆発解、Type I 爆発、Type II 爆発

1. 研究計画の概要

単純化された走化性方程式系の爆発解の挙動に関する研究を行う。そして、その結果と 2 次元領域における単純化された走化性方程式や関連する他の方程式群の爆発解の挙動との共通点や相違点を明らかにする。

2. 研究の進捗状況

3 次元以上 9 次元以下のユークリッド空間 (以下、全領域と呼ぶ) における単純化された走化性方程式 (以下、JL 系と呼ぶ) の球対称な後方自己相似解は、2005 年の仙葉の論文の中で無限個存在しその特異性は「定数倍 $\times 1/|x|^2$ 」で表される事を明らかにした。さらに 10 次元以上の全領域における JL 系には少なくとも 1 つの後方自己相似解がある。この事を踏まえて、無限個の後方自己相似解が特異定常解に収束する事、そして特異定常解の持つ特異性と後方自己相似解の持つ特異性が異なる事を示す事によって、上記の論文で発見された無限個の球対称な後方自己相似解の特異性に対応する「定数」が少なくとも無限種類ある事を明らかにした。これらの後方自己相似解の爆発レートを Type I の爆発と呼び、それよりも速い爆発レートを Type II の爆発と呼ぶ。

11次元以上の全空間におけるJL系に対し、定常解の構造を用いて優解と劣解を構成し、その事と接合漸近展開法を用いることにより、各々の爆発の速さが異なる球対称な Type II 爆発解を加算無限個構成し、各々の解の爆発レートを決定した。

これら事により10次元を除いて3次元以上

の各次元の全領域におけるJL系の爆発解には無限種類の特異性が現れる事が明らかになった。

さらに、2次元ユークリッド空間上の優解領域におけるJL系は球対称な Type I 爆発解をもたない事を明らかにした。

以上の結果より、高次元領域におけるJL系の爆発解と2次元領域におけるそれには爆発レートに違いがあることがわかった。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

4. 今後の研究の推進方策

現在まで得られた結果と関連する方程式群の爆発解の性質の相違点・共通点を明確にしていく。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

① Senba Takasi, Type II blowup of solutions to a simplified Keller-Segel system in two dimensional domains, Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications, 11, 1817-1839, 2007, 査読有り

② Mizoguchi Noriko, Senba Takasi, Type II blowup of solutions to a simplified chemotaxis system, Advances in Mathematics Sciences and Applications, 17, 505-545, 査読有り

③ Senba Takasi, A fast blowup solution to an elliptic-parabolic system related to chemotaxis, *Advances in Differential Equations*, 11, 2006, 981-1030、査読有り

〔学会発表〕(計 4 件)

① 仙葉 隆、内藤 雄基、走化性方程式の自己相似解の性質について、日本数学会 九州支部会年会、2007 年 10 月 13 日、宮崎大学 教育文化学部

② 仙葉 隆、内藤 雄基、Multiple continuation of solutions after blow up for semilinear heat Equations、日本数学会 2007 年度年会、2007 年 9 月 24 日、東北大学 川内キャンパス