

平成 21 年 4 月 26 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2008

課題番号：18540191

研究課題名（和文） 変分問題，最適化問題，線形および非線形偏微分方程式の解の構造の研究

研究課題名（英文） Study of the structure of solutions to variational problems, optimization problems, linear and nonlinear partial differential equations

研究代表者

倉田 和浩 (Kurata Kazuhiro)

首都大学東京・大学院理工学研究科・教授

研究者番号:10186489

研究成果の概要:非線形現象の数理(特に, パターン形成における環境効果の果たす役割, 対称性の崩れ現象など)を非線形偏微分方程式の解析を通して理解・解明したいという動機のもと, 数理生態学に現れるアレン・カーン方程式, ギーラー・マインハルト系などの反応拡散方程式系の定常解, 非線形光学現象に現れる非線形シュレディンガー方程式など種々の非線形楕円型変分問題の解の構造の研究や関連して無限次元の最適化問題を中心テーマとして研究を行った。

交付額

(金額単位:円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,200,000	0	1,200,000
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	600,000	3,800,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非線形現象, 数理生態学, パターン形成, 非線形光学, 変分問題, 最適化問題, 非線形楕円型偏微分方程式, 反応拡散系

1. 研究開始当初の背景

近年の線形および非線形偏微分方程式の数学解析には目覚ましいものがある。特に, 数理生態学におけるパターン形成の数理構造を非線形反応拡散系で記述される偏微分方程式系の解析を通して理解しようという研究は幅広い研究者によってさまざまな進展が得られているし, 超伝導現象をはじめとする物理現象を記述する数理モデルの数学解析が 1990 年代にかなり進歩した。いずれも個々の固有の現象の特性を深いレベルで数学的にもとらえられる段階に達した数学解

析の成功例であり, 数学としての深さ・興味深さとともに非線形現象の解明に向けてのアプローチとしての数学解析の有効性を実証したものともなっている。非線形解析における変分法, 特異摂動理論, スペクトル解析などの解析の手法の発展がそれらを可能としてきたともいえる。同時に一見単純そうに見える非線形偏微分方程式でも驚くべき豊富な解構造が潜んでいることも 1990 年代以降明らかになってきた。そうしたより進んだ解の構造を捉える解析手法の開発とともにより多くの非線形現象に対しても

数学解析の適用範囲を広げていく必要がある。一方で、研究代表者らが 2000 年に始めた固有値最適化問題や非線形楕円型境界値問題に付随した無限次元最適化問題の研究などのように、素朴な問題意識に潜む興味深い数学的構造もたくさん存在する。一見単純そうに見えるこうした問題をより深く理解するためには、新しい解析手法の開発が待ち望まれる。

2. 研究の目的

さまざまな非線形現象を記述する非線形偏微分方程式の解の構造を数学的に解明して現象のより深い理解を獲得することを目指すと同時に、その解析の基礎にもなる線形偏微分方程式の定性的かつ定量的な解の構造の研究をも視野にいった総合的研究を目的とする。具体的な研究課題として、線形偏微分方程式では放物型方程式の非有界領域上での解の一意性の研究、周期的に特異なポテンシャルをもつシュレディンガー作用素のスペクトルギャップの構造の研究、固有値問題など、非線形偏微分方程式では非線形光学などに現れる非線形シュレディンガー方程式の定在波解、数理生態学におけるパターン形成を記述する種々の反応拡散方程式や方程式系の定常解の構造の研究、超伝導現象に現れるギンツブルグ・ランダウ方程式などに付随する非線形変分問題の解の構造、第 1 固有値や非線形楕円型境界値問題に付随した無限次元の最適化問題の最適解の構造などの数学解析を進めることである。反応拡散系の解構造の研究では、環境効果の解構造への影響を詳しく研究することを目的とする。

3. 研究の方法

ソボレフ空間などの関数空間、関数解析および偏微分方程式論を軸に、変分法や陰関数定理などの非線形解析を主な方法として、さまざまな物理現象、非線形現象に現れる線形および非線形偏微分方程式の解の構造や最適化問題を研究している。さらに、数値シミュレーションによる解の視覚化をはじめ、実解析・調和解析、スペクトル理論、複素解析、確率論、力学系などさまざまなアプローチを検討しながら、多面的な角度からの解明をめざしている。特に解の構造の研究の中でも、特異摂動問題の解析を詳しく行うことや、解の対称性の崩壊現象の解析を詳しく行うことなどに特徴がある。

4. 研究成果

研究代表者および連携研究者の研究成果、研究成果の位置づけとインパクト、今後の展望などを列挙して記述する。

(1) 研究代表者の倉田は、数理生態学におけるパターン形成現象に関連したいくつかの

反応拡散系、非線形光学などに現れる変分問題、また最適化問題に関する解の構造の研究を行った。主な成果は次のとおり。

①数理生態学や遺伝学に現れる非線形数理モデルの定常解の構造で、アリー効果と環境効果を考慮したモデルでは安定な多重空間パターンが出現することを発見し、空間 1 次元の場合に厳密な証明を与えた。その証明法も新しく、空間多次元での研究も進めており、より精密な解の構造の解明が期待される。

②数理生態学におけるパターン形成モデルとして有名な Gierer-Meinhardt 系で、特に弱い意味での飽和効果が考慮された反応拡散方程式系において、軸対称領域上で、いくつも指定した有限個の点に凝縮した形状をもつ定常解の構成に成功した。この研究方法をより一般的に進め、Chemotaxis 系の解の構造の研究を展開している。

③近年、指数が変数係数となるようなルベグ空間やソボレフ空間の実解析的研究が盛んに行われているが、有界領域でのソボレフ臨界変数指数をもつルベグ空間へのソボレフの埋め込み写像のコンパクト性が成り立つためのシャープな条件を見つけることに成功した。応用として、非線形項としてソボレフの臨界変数指数非線形項を含むような非線形楕円型境界値問題の非自明解の存在を示した。この研究は実解析および非線形楕円型境界値問題の研究に新たな展望を与える可能性がある。

④2000 年に行った Dirichlet 第 1 固有値最適化問題の研究 (S.Chanillo, D.Grieser, I.Onishi, M.Imai との共同研究)、2004 年に行った非線形熱伝導問題における非線形最適化問題の研究 (M.Shibata, S.Sakamoto との共同研究) に続き、Dirichlet 境界条件下で、拡散効果を持ったロジスチックモデルにおける漁獲最適戦略問題を提唱し、対応する数理モデルにおける最適戦略解の存在、定性的および定量的性質の研究を行った。

(2) 酒井の研究成果は次のとおり。

平成 18 年度の初めの頃に求積領域の微小変形についての結果をまとめた。平成 19 年度には、内側から有界な求積領域で近似できない場合についての考察を行った。さらに平成 20 年度には、正測度の求積領域の存在・非存在定理の定式化とその証明を与えた。正測度の求積領域の存在するための十分条件については、25 年位前から幾つか知られている。しかし、どのような場合に存在しないかについて例は知られていても、一般的な条件は提示されていなかった。新たな定式化においては、求積領域の存在するための必要十分条件が示されていて、この条件が満たされなければ、非存在であることになり、非存在である場合の一般的な状況が明確になった。

(3) 高桑の研究成果は次のとおり。

p-調和写像のつくる空間の解析的性質についての研究(山口大の中内伸光氏との共同研究) n 次元 Riemann 多様体 M から別の Riemann 多様体 N への p-調和写像の列は p-energy が一様有界でもコンパクトになるとは限らないことが知られているが, p が n 未満の自然数の場合にはコンパクト性が成り立たない場合に障害として現れる (n-p) 次元の部分集合 S が rectifiable 集合 (高々可算個の C^1 級の部分多様体の和として表せる)であることを示し, さらに defect measure と呼ばれる S 上の Radon 測度が (n-p) 次元の Hausdorff 測度と rectifiable 集合を用いて具体的に記述できることを示した. その応用として p-調和写像の 1 階微分の評価を得た. p-energy 密度を用いて定義されるポテンシャルが一様有界であるような p-調和写像の 1 階微分はポテンシャルの上限を用いて評価できることを示した. また, 調和関数が満たすことが知られていた Carleman 型不等式を用いて平面の非有界領域における極小曲面や調和写像の Dirichlet 境界値問題の解の一意性の研究を行った.

(4) 村田の研究成果は次のとおり.

放物型方程式の非負値解の構造を研究し, 一般的でほぼ最適な仮定[intrinsic ultracontractivity]の下で任意の非負値解の具体的な積分表示を与えた. 放物型方程式の非負値解の積分表示は, これまで抽象論と極僅かの例のみが知られていたが, この結果は一般の仮定の下で非負値解の具体的な積分表示を与えた最初のものである. また土田哲生とともに周期係数楕円型作用素を研究し, グリーン関数の漸近形を与えるとともに極限吸収原理を示した.

(5) 神保の研究成果は次のとおり.

① 細い棒状の等方的な弾性体の固有振動数の精密な特徴付けを行った. 断面は ε のオーダー大きさとして, 任意の番号 k に対し第 k 固有値 $\mu(k, \varepsilon)$ は ε の 2 乗のオーダーとなり $\mu(k, \varepsilon)/\varepsilon^2$ の極限値が, ある変数係数の 4 階常微分作用素の固有値を用いて表現した. これらが曲げ振動のモードであり, 伸縮モード, ねじれモード と異なるスケールの世界をなしている. 次に非一様の板状の薄い弾性体の低い振動数モードの解析を行った. これは Kirchhoff-Love の方程式の一般化となる.

② 8 の字型の 1 次元超伝導体の電流状態を表す Ginzburg-Landau 方程式の解の構造を調べた. 円形体の場合には先行研究より分岐構造は解明されていたが 8 の字型の場合は新しいタイプの分岐の仕方によって著しく複雑で多様な解の発生が見られる. 特にスカラータイプの解からは 1 次分岐, 2 次分岐, 3 次分岐が起こり. 最後の 3 次分岐のあと安

定化する. こうして 2 つのループでそれぞれ非自明な巻き数をもつ安定解が得られる.

③ ノイマン境界条件をもつダンベル型領域上のラプラス作用素の固有値の特徴付けを扱い, ハンドルが細くなるとともに短くなる変形の極限において固有値の極限值への収束を記述する摂動公式を与えた. さらに断面がこのような領域となるような高次元の領域変形を扱い一般化した摂動公式を得た. (6) 田中の研究成果は次のとおり.

① 非線型楕円型方程式に対する特異摂動問題は特異摂動パラメータ $\varepsilon > 0$ が小さいとき, 非常に豊かな解構造を持つことが知られている. ここでは 1 次元問題 (非線型 Schroedinger 方程式, Fisher 方程式, Gierer-Meinhardt 方程式) について $\varepsilon \rightarrow 0$ とともにピークあるいは遷移層の数が無限大へと増加する解の族の挙動を詳しく調べた. 従来は ε に依存しない個数のピークあるいは遷移層をもつ解が調べられたが, ここではより複雑な解の挙動を調べている.

② 非線型 Schroedinger 方程式に関してはべき関数を非線型項としてもつ方程式の研究が多く行われているが, より広範なモデルに対応するために一般的な非線型項をもつ非線型 Schroedinger 方程式に対して研究を行った. 特に $N=1, 2$ の場合にポテンシャル $V(x)$ の極小点に集中する凝縮解の構成に成功している. また特異摂動問題に関しては生物モデルに現れる特異摂動問題を扱い, 解の存在問題を考察している. ここで扱っている問題は数学的には極限方程式が退化する場合となっており, 興味ある設定となっている. 関連する問題として, 円環領域における Dirichlet 問題 $-\Delta u + u = u^p$ ($1 < p < (N+2)/(N-2)$) の正值球対称解の一意性, 非退化性を示し, 空間 3 次元以上の場合には Tang (2003 年) により示されているが, 2 次元の場合も含めて統一的な扱いを与えている. なお, この結果は高振動解の存在問題等への応用がある.

(7) 柴田の研究成果は次のとおり.

この 3 年間は主として非線形常微分方程式の固有値問題の漸近解析に関する研究を行った. 特に, 生物学的背景や物理学的背景を持つ方程式に対して詳細な解析と, 逆問題の視点からの分岐曲線の解析を行った. その結果, 以下のような結果を得た.

① ロジスティック方程式のような, 生物学的背景を持つ方程式に関しては, 1 つのパラメータを含む固有値問題に関し, 解の漸近挙動の考察を中心に研究を行った. 具体的には, 非線形項が p べきの場合を中心に考察した. パラメータが非常に大きいとき, 楕円積分の漸近公式を利用できる場合は, 様々なノルムに関する漸近展開の公式を確立した.

② 上記①で確立した分岐曲線に関する詳細

な漸近展開公式の確立により、逆問題的考察、すなわち非線形方程式の分岐曲線から、その方程式に含まれる非線形項をどのような精度で特定できるか、また一意性は成り立つかという基本的な課題を考察し、いくつかの基本的な結果を得た。

(8)吉富の研究成果は次のとおり。

①周期的な点相互作用に従う1次元 **Schrodinger** 作用素のスペクトルを考察した。スペクトラルギャップの幅の漸近的性質と、作用素に含まれるパラメータの数論的性質の関係を得た。

②周期的な点相互作用に従う1次元 **Dirac** 作用素のスペクトルを考察した。スペクトラルギャップの幅の漸近的性質と、作用素に含まれるパラメータの数論的性質の関係を得た。

③Hill作用素の特異ランク1摂動に関するスペクトル逆問題を解いた。

(9)平田の研究成果は次のとおり。

非線形な力学系に特有の現象であるカオスの現象に関して、主に軌道の再帰時間分布の性質を通じて解析をした。

①非一様な双曲型力学系で、不変測度が無限測度になる場合の再帰時間の極限分布について、滑らかな1次元力学系の場合について解析し、再帰時間を正規化する際の適当な方法を見出し、極限分布の形を明らかにした。

②無限不変測度を持つカオスの力学系様々な指標（相関関数の減衰オーダーなど）と再帰時間の極限分布との関係について考察し、不動点の周辺における振る舞い（具体的には1次元モデルの $y = f(x)$ と $y = x$ との接触のオーダー）と極限分布の形との関係を明らかにした。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 20 件）

1. Makoto Sakai, Small modifications of quadrature domains, to appear in *Memoirs of the American Mathematical Society*, (2009) 査読有

2. Toshihide Ueno, Masami Okada, Non-separable splines and numerical computation of evolution equations by the Galerkin methods, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 223・No.1(2009), 159-176, 査読有

3. Kazushi Yoshitomi: Inverse spectral problems for singular rank-one perturbations of a Hill operator, to appear in *J. Austral. Math. Soc.*, (2009). 査読有

4. Masaki HIRATA, "Return time distribution and Strength of Chaos", to

appear in *proc. of international workshop "Chaos and Complexity"* 査読有

5. Kazuhiro Kurata, Kotaro Morimoto, Construction and asymptotic behavior of multi-peak solutions to the Gierer-Meinhardt system with saturation, *Comm. Pure Appl. Anal.* Vol.7 (2008), 1443-1482. 査読有

6. Kazuhiro Kurata, Junping Shi, Optimal Spatial Harvesting Strategy and Symmetry Breaking, *Applied Math. Optim.*, Vol.58(2008), 89-110. 査読有

7. Kazuhiro Kurata, Naoki Shioji, Compactness embedding from $W^{1,2}_0(\Omega)$ to $L^p(x)$ (Ω) and its application to nonlinear elliptic boundary value problem with variable critical exponent, *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 339(2008), no. 2, 1386-1394. 査読有

8. Shuichi Jimbo and Yoshihisa Morita, Ginzburg-Landau equations and solutions Structure, *Sugaku Expositions*, Vol.21 (2008), 117-131, 査読有

9. P. Felmer and S. Martinyez, Kazunaga Tanaka, Highly oscillatory behavior of the activator in the Gierer and Meinhardt system, *Math. Ann.* Vol.340 (2008), no. 4, 749--773. 査読有

10. J. Byeon and L. Jeanjean, Kazunaga Tanaka, Standing waves for nonlinear Schrödinger equations with a general nonlinearity: one and two dimensional cases, *Comm. Partial Diff. Eq.* Vol.33 (2008), 1113--1136. 査読有

11. T. Shibata, Asymptotic behavior of bifurcation branch of positive solutions for semilinear Sturm-Liouville problems, *Annales Henri Poincare*, Vol.9 (2008), 1217--1227. 査読有

12. Minoru Murata, Integral representations of nonnegative solutions for parabolic equations and elliptic Martin boundaries, *J. Func. Anal.*, Vol.245(2007), 177-212. 査読有

13. T. Shibata, Global behavior of the branch of positive solutions for nonlinear Sturm-Liouville problems, *Annali di Matematica Pura ed Applicata* Vol.186 (2007), 525--537. 査読有

14. Kazushi Yoshitomi, Spectral gaps of the Schrödinger operators with periodic δ' -interactions and Diophantine approximations, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* Vol.143 (2007), 185-199. 査読有

15. Kazuhiro Kurata, Tatsuya Watanabe, A remark on asymptotic profiles of radial

solutions with a vortex to a nonlinear Schroedinger equation, Comm. Pure Appl. Anal., Vol. 5, No. 3, 597--610(2006). 査読有

16. Kazuhiro Kurata, Takanori Ide, Kazunaga Tanaka, Multiple stable patterns for some reaction-diffusion equation in disrupted environments, Discrete and Continuous Dynamical Systems, vol. 14, No. 1, 93--116(2006), 査読有

17. Takanori Ide, Masami Okada, Numerical simulation for a nonlinear partial differential equation with variable coefficients by means of the discrete variational derivative method, J. Comput. Appl. Math., Vol. 194 · No. 3(2006), 425-459, 査読有

18. Minoru Murata, Representations of nonnegative solutions for parabolic equations, Advanced Studies in Pure Mathematics, Vol. 44(2006), 283-289. 査読有

19. P. Felmer and S. Martínez, Kazunaga Tanaka, High frequency solutions for singularly perturbed 1D nonlinear Schrödinger equation, Arch. Rat. Mech. Anal. Vol. 182 no. 2, 333--366 (2006). 査読有

20. T. Shibata, Layer structures for the solutions to the perturbed simple pendulum problems, Journal of Mathematical Analysis and Applications Vol. 315 (2006), 725--739. 査読有

[学会発表] (計 26 件)

1. Minoru Murata, Structure of nonnegative solutions for parabolic equations and perturbation theory for elliptic operators, 2009年2月17日 数理解析研究所, 研究集会「Potential Theory and Related Fields」

2. Shuichi Jimbo, Vortex motion in Ginzburg-Landau equation, Analytic semigroups and related topics - on the occasion of the centenary of the birth of Professor Kyoosaku Yosida, 2009年1月13-16日, 東京大学.

3. K. Yoshitomi: Inverse spectral problems for singular rank one perturbations of a Hill operator, Third school and workshop on mathematical methods in quantum mechanics, Jugendheim Univ. Padua, Bressanone, Italy, 2009年2月.

4. Kazunaga Tanaka, Nonlinear Scalar Equations in \mathbb{R}^2 --- A Mountain Pass Approach ---, 非線型偏微分方程式と変分問題, 首都大学東京. 2009年2月14-15日

5. Kazuhiro Kurata, Multiple stable patterns in a balanced bistable equation with heterogeneous environments, 7th AIMS International Conference on Dynamical Systems and Differential Equations and Applications, University of Texas at Arlington, 2008年5月19日

6. Minoru Murata, Structure of nonnegative solutions for parabolic equations and perturbation theory for elliptic operators, 2008年2月17日 熊本大学, 研究集会「マルコフ過程とデリクレ形式に関する話題」

7. 倉田 和浩, Construction and asymptotic behavior of the multi-peak stationary solutions to the Gierer-Meinhardt system with weak saturation, 九州における偏微分方程式研究集会, 九州大学, 2008年1月30日

8. 高桑 昇一郎, 「非有界領域上の極小曲面の方程式に関する Meeks の予想」 研究集会「多様体上の微分方程式」, 2008年12月1日~3日, いしかわシティカレッジ (金沢市)

9. Shuichi Jimbo, Spectral analysis of elliptic operators on a singularly perturbed domains, PDE seminar, Zhejiang University, 2008年11月7日

10. 岡田 正巳, 接合境界面での2次精度差分公式の導出, 数値解析シンポジウム (NAS2008), 2008年6月13日, 秋田県たざわこ芸術村

11. Kazunaga Tanaka, A result of local mountain pass type for a system of nonlinear Schrödinger equations, Variational Methods for Elliptic PDE's and Hamiltonian Systems, Pohang, Korea, 2008年10月8-10日

12. Tetsutaro Shibata, Inverse spectral problems of nonlinear Sturm-Liouville problems, Fifth World Congress of Nonlinear Analysis, Hyatt Grand Cypress Resort, Orlando, Florida. 2008年7月4日

13. K. Yoshitomi, Inverse spectral problems for singular rank one perturbations of a Hill operator, International conference on applied mathematics and approximation theory, University of Memphis, Memphis, Tennessee, U. S. A., 2008年10月.

14. Minoru Murata, 摂動論と放物型方程式の非負値解, 2007年11月5日 ウエルハートピア萩, 研究集会「微分方程式と数理物理」

15. Kazuhiro Kurata, Construction and asymptotic behavior of the multi-peak solutions to the Gierer-Meinhardt system with saturation, 国際研究集会「First Chile-Japan Workshop on Nonlinear

Elliptic and Parabolic PDE」, Santiago, Chile, 2007年10月25日

16. Makoto Sakai, Construction of quadrature domains with infinite volume, Quadrature domains and Laplacian growth in modern physics, 2007年7月17日, Banff Centre, CANADA.

17. Shuichi Jimbo, Spectra of domains with partial degeneration, 九州における偏微分方程式研究集会(九大), 2007年1月29-31日,

18. Kazunaga Tanaka, A positive solution of a scalar field equation: $-\Delta u = g(x, u)$ in \mathbb{R}^N . Chile-Japan PDE symposium, University of Chile, Santiago, Chile, 2007年10月20日-11月5日,

19. Tetsutaro Shibata, L^2 -inverse spectral problems for nonlinear Sturm-Liouville problems, 2007 intensive lecture program and international conference on P. D. E., Dynamic Math Center, Pusan National University, Pusan, Korea. 2007年2月22日

20. K. Yoshitomi, Dirac operators with periodic δ -interactions -- spectral gaps and inhomogeneous Diophantine approximation, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学川内キャンパス, 2007年9月

21. Kazuhiro Kurata, Multiple stable solutions to a reaction-diffusion equation in heterogeneous environments, 研究集会「微分方程式についての最近の話題」, 群馬大学東京オフィス, 2006年10月20日

22. 酒井 良, The Cauchy transform of a positive measure on an interval, 「等角写像論・値分布論」合同研究集会, 2006年12月3日, 広島大学学士会館.

23. Okada Masami, On a generalized Shannon approximation - a sharp error estimate and its numerical applications (short communication), INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS at MADRID, 2006年8月26日, スペイン・マドリード

24. Shuichi Jimbo, Ginzburg-Landau equations in thin domains, 散逸系におけるパターン形成問題, RIMS 研究集会, 2006年10月16-18日

25. Kazunaga Tanaka, 2006年6月12-17日, Prescribed energy problem for a singular Hamiltonian system, "Current trends in nonlinear analysis", Otranto, Italy

26. Tetsutaro Shibata, Global behavior of the branch of positive solutions nonlinear Sturm-Liouville problems, AIMS' Sixth International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and

Applications, University of Poitiers, Poitiers, France. 2006年6月25日

〔図書〕(計 4 件)

1. 神保秀一, 森田善久, ギンツブルク-ランダウ方程式と安定性解析, 岩波書店 2009, 総ページ数 335.

2. 田中 和永, 「変分問題入門—非線形楕円型方程式とハミルトン系」, 岩波書店, 2008年, 総ページ数 271.

3. 村田 實, 倉田 和浩, 「楕円型・放物型偏微分方程式」, 岩波書店, 2006年, 総ページ数 258.

4. Akihiko Miyachi, Eiichi Nakai and Masami Okada, Harmonic analysis and its applications. Yokohama Publishers, Yokohama, 2006年, 総ページ数 122.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

倉田 和浩 (Kurata Kazuhiro)

首都大学東京・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 10186489

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

酒井 良 (Sakai Makoto)

首都大学東京・大学院理工学研究科・名誉教授

研究者番号: 70016129

岡田 正巳 (Okada Masami)

首都大学東京・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 00152314

高桑 昇一郎 (Takakuwa Shoichiro)

首都大学東京・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 10183435

村田 實 (Murata Minoru)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 50087079

神保 秀一 (Jimbo Shuichi)

北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 80201565

田中 和永 (Tanaka Kazunaga)

早稲田大学・大学院理工学術院・教授
研究者番号: 20188288

柴田 徹太郎 (Shibata Tetsutaro)

広島大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号: 90216010

吉富 和志 (Yoshitomi Kazushi)

首都大学東京・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号: 40304729

平田 雅樹 (Hirata Masaki)

首都大学東京・大学院理工学研究科・助教
研究者番号: 70254141