

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2009

課題番号：18540201

研究課題名（和文）テンソル圏の自由積とその量子解析

研究課題名（英文） Quantum analysis in tensor categories and free products

研究代表者

山上 滋（YAMAGAMI SHIGERU）

茨城大学・理学部・教授

研究者番号：90175654

研究分野：量子解析学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：テンソル圏、作用素環、量子代数

1. 研究計画の概要

自由積の手法をテンソル圏の研究に導入することにより、従来は見過ごされがちであったテンソル圏の解析的な側面の解明を推進する。

具体的な計画としては、Bisch と Jones の打ち立てた部分因子環論的な自由積相当の構造解析の手法を、テンソル圏のそれに拡張する。そのことによって、テンソル圏における自由積の組み合わせ構造のみならず、幾何学的な意味についても解明を試みる。

2. 研究の進捗状況

18年度は、分岐則代数についての自由積を再現するような形でテンソル圏の自由積導入の可能性について検討を行った。その結果、自由積の長さについての帰納的な構成が自然な形で可能であること、しかしそうして構成したテンソル積の拡大が「結合法則」（五角形等式）を満たすことの証明は、意外と煩瑣で見通しの悪いものであることが判明した。次に、Bisch-Jones 代数に付随したテンソル圏であるが、こちらの方は、Kauffman 式のひも代数に色をつけることで当初の目的は達成した。

19年度は、テンソル圏を双圏の形に広げることで、次のようなことを明らかにした。 W^* 圏の間の正規関手のなす双圏は、 W^* 双加群の作るそれとテンソル圏として同型である。このほかに、テンソル圏を対称性の双対に対する対応物と捉えた場合に、量子代数の対称

性に対する新たな視点が得られる。量子代数をこのような観点から見直すとき、その状態空間の幾何学的構造に対する新たな問題が派生することになった。具体的には、状態間の遷移確率についてのモデルを通じた記述問題である。

20年度は、昨年度の後半で新たに浮上した量子態間の遷移確率についての記述について主として研究を行った。

とくに、基本的と思われる正準交換関係から生成される作用素代数の場合に、量子状態として重要な地位を占める準自由状態に焦点を当てて、遷移確率の記述を試みた。その過程で遷移確率の近似公式が成立するかどうかの問題に逢着したため、主としてその定式化と証明を行った。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

（理由）

年度ごとの成果が着実に積み重ねられてきており、研究に付きものの多少の想定外はあるものの、当初期待していた知見は得られつつあるため。

4. 今後の研究の推進方策

最終年度におけるまとめの作業とともに、本研究課題で得られた新たな方向性についても、今後の研究に結び付けられるべく、整理しておく予定である。

5. 代表的な研究成果
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① Shigeru Yamagami, Geometric mean of states and transition amplitudes, *Lett.Math.Phys.*, 84(2008),123—137 (査読あり) .
- ② Shigeru Yamagami, Notes on operator categories, *J.Math.Soc.Japan*, 59(2007),541—555 (査読あり) .
- ③ 山上 滋, 作用素環とテンソル圏、数学、59 (2007)、56—74 (査読あり) .