

研究種目：基盤研究 (C)  
研究期間： 2006～2009  
課題番号： 18540208  
研究課題名 (和文) 多次元進行曲面波の大域安定性

研究課題名 (英文) Global stability of multi-dimensional traveling fronts

研究代表者 谷口 雅治  
(Masaharu Taniguchi)  
東京工業大学・大学院情報理工学研究科・准教授  
研究者番号：30260623

研究成果の概要 (和文)：Allen-Cahn 方程式 (Nagumo 方程式) を 3 次元空間全体で考え角錐型進行波および凸多面体型進行波を構成した。またそれらの進行波は与えられた擾乱にたいして安定であることを証明した。

研究成果の概要 (英文)：I studied the Allen-Cahn equation (Nagumo equation) in three-dimensional Euclidean space, and constructed pyramidal traveling front solutions and convex polyhedral traveling front solutions. I also proved that they are stable for given fluctuations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	900,000	0	900,000
2007年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	910,000	210,000	910,000
総計	3,400,000	750,000	4150,000

研究分野：数物系科学  
科研費の分科・細目：数学・大域解析学  
キーワード：多次元進行波, 安定性

#### 1. 研究開始当初の背景

Allen-Cahn 方程式 (Nagumo 方程式, scalar Ginzburg-Landau 方程式) にたいしては, 2 次元 V 字型進行波の存在が Ninomiya-Taniguchi (JDE, 2005), Hamel, Monneau, Roquejoffre (DCDS-A 2005) によ

り知られていた。また進行軸について回転対称な進行波も Hamel, Monneau, Roquejoffre らにより研究された。

進行軸に対し回転非対称でない進行波が存在するか否かが当時、議論の対象となっており、未知の多次元進行波の発見が期待されて

いた.

## 2. 研究の目的

多次元進行波の研究において, 3次元で進行軸にたいし回転非対称な進行波を発見することが目的であった. 進行波面が角錐に漸近する進行波を, 優解および劣解を構成することにより証明した.

## 3. 研究の方法

多次元進行波の研究者と議論を重ねることが必須であったため, 二宮広和氏(明治大学), Hamel氏(University of Aix-Marseille III), Wei-Ming Ni氏(University of Minnesota)らと議論および情報交換をおこなった. また国際研究集会などで研究成果を報告した.

2010年5月にドレスデン工科大学で開催された国際研究集会“The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications”においては1300名の参加者のもと plenary speakerとして研究成果の総括を報告した.

## 4. 研究成果

3次元空間におけるAllen-Cahn方程式において, 角錐型進行波および凸多面体型進行波を構成し, それらを与えられた擾乱にたいし漸近安定であることを証明した. これらの進行波は, 進行軸にたいし回転非対称である. 双安定な反応拡散系において, 回転非対称な進行波の存在を証明した初めての成果となった.

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

### (1) M. Taniguchi

“The uniqueness and asymptotic stability of pyramidal traveling fronts in the Allen-Cahn equations”, Journal of Differential Equations, Vol. 246 (2009) 2103-2130

査読有

### (2) H. Matano, M. Nara and M. Taniguchi

“Stability of planar waves in the Allen-Cahn equation”, Communications in Partial Differential Equations, Vol.34, Issue 9 (2009) 976-1002

査読有

### (3) M. Taniguchi

“Pyramidal traveling fronts in the Allen-Cahn equations”  
京都大学数理解析研究所講究録 1651(Page 92--109) (RIMS Kôkyûroku Vol. 1651, May 2009, ISSN 1880-2818)

Proceedings of ‘Viscosity Solutions of Differential Equations and Related Topics’, June 25-27, 2008, RIMS, Kyoto University

査読無

### (4) M. Taniguchi

“Traveling fronts of pyramidal shapes in the Allen-Cahn equations”, SIAM Journal on Mathematical Analysis, Vol. 39, No. 1 (2007), pp. 319-344

査読有

### (5) M. Nara and M. Taniguchi

“The condition on the stability of stationary

lines in a curvature flow in the whole plane”

Journal of Differential Equations,

Vol. 237, No. 1 (2007), 61–76

査読有

(6) M. Nara and M. Taniguchi

“Stability of a traveling wave in curvature flows for spatially non-decaying initial perturbations”, Discrete and Continuous Dynamical Systems,

Vol. 14, No. 1, pp 203–220, January 2006

査読有

(7) H. Ninomiya and M. Taniguchi

“Global stability of traveling curved fronts in the Allen–Cahn equations”, Discrete and Continuous Dynamical Systems,

Vol. 15, No. 3 (2006), 819–832

査読有

(8) M. Nara and M. Taniguchi

“Convergence to V-shaped fronts in curvature flows for spatially non-decaying initial perturbations”,

Discrete and Continuous Dynamical Systems

Vol 16, No. 1 (2006), 137–156

査読有

[学会発表] (計 15 件)

(1) M. Taniguchi, “Multi-dimensional traveling fronts in bistable reaction-diffusion equations” (plenary talk, 招待講演)

The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Dresden University of Technology

Dresden, Germany, May 25 – 28, 2010

26 May 2010

(2) M. Taniguchi, “Traveling fronts of pyramidal shapes in the Allen–Cahn equations”

Minisymposium “Qualitative theory of elliptic and parabolic PDEs 1”

Vienna, Austria EQUADIFF 2007, Vienna University of Technology,

August 7, 2007

(3) M. Taniguchi, “Traveling waves in the Allen–Cahn equations”

AIMS’ Sixth International Conference on

Dyn. Systems, Diff. Equations and Applications

University of Poitiers, Poitiers

June 27, 2006

(4) 谷口雅治, 「Allen–Cahn 方程式における多次元進行波」

日本数学会 2006 年年会, 応用数学分科会特別講演, 中央大学, 2006 年 3 月 28 日

[図書] (計 2 件)

(1) 『数学の言葉と論理』

(渡辺治, 北野晃朗, 木村泰紀, 谷口雅治)

朝倉書店, 2008 年 9 月, 219P

(ISBN 978-4-254-11751-6)

(2) 現代数理科学辞典 (第 2 版) 「特異摂動論」(XI-9-2, Page 1283–1289) 1080P

谷口雅治 (分担執筆)

丸善株式会社, 2010 年 1 月

[その他]

ホームページ等

[www.is.titech.ac.jp/~taniguti](http://www.is.titech.ac.jp/~taniguti)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

谷口 雅治 (Masaharu Taniguchi)

東京工業大学・大学院情報理工学研究科・准  
教授

研究者番号：30260623

### (2) 研究分担者

### (3) 連携研究者