

平成 21 年 6 月 3 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18540212

研究課題名（和文） 多様体の無限遠の幾何と解析的構造

研究課題名（英文） Geometry of manifolds at infinity and the analytic property

研究代表者

久村 裕憲 (KUMURA HIRONORI)

静岡大学・理学部・准教授

研究者番号：30283336

研究成果の概要：

(1) 多様体が、有限個の異なる幾何を持つエンドを持つとき、ラプラシアンに関する極限吸収原理を示した。

(2) 芥川氏との共同研究において、不確実性補題を、一般の多様体上に拡張し、それによって、離散固有値の有限性・無限性の判定条件を決定した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,400,000	0	1,400,000
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	600,000	4,000,000

研究分野：幾何学

科研費の分科・細目：(分科)数学 (細目)大域解析学

キーワード：ノンコンパクト多様体, ラプラシアン, スペクトル, レゾルベント

1. 研究開始当初の背景

(1) 固有値非存在のための幾何的条件は、既に求めていた。

(2) 離散固有値の有限性・無限性については、何の情報も持っていなかったし、研究もしていなかった。

解)は、無限遠に飛び去ることが分かるが、それが、さらに、確率論的な意味において(時間平均の意味でなく)本当に、無限遠に飛び去ることを示すには、スペクトルの絶対連続性を示さなくてはならない。これは、それ自体の数学的意義だけにとどまらず、一般固有関数展開を証明する上での大事なステップである。

2. 研究の目的

(1) 固有値非存在により、時間平均の意味で、粒子(自由シュレーディンガー方程式の

(2) ノン・コンパクト・リーマン多様体のラプラシアンのスペクトル構造を明らかにする上で、そもそも、離散固有値が有限なのか?それとも、無限個なのか?という

のは、非常に基本的かつ重要な問題である。

3. 研究の方法

(1) 極限吸収原理を証明することが出来れば、スペクトルの絶対連続性が従うので、それを示すことが必要である。その証明の過程において、「放射条件」を見つけることが大事なステップの一つである。

(2) Hardy の不等式と同等である「不確実性補題」を多様体上で示すことにより、離散固有値の有限性・無限性を判定することが可能である。従って、それを実行する必要がある。

4. 研究成果

(1) 多様体が、異なる放射曲率を備えたエンド達を持つ場合に、ラプラシアン of 極限吸収原理を証明した。これにより特にスペクトルの絶対連続性が示された。これらの結果は、一般固有関数展開を証明する上での重要なステップである。数学の記号を WORD で記述するのは、勝手が悪い。そこで、定理の具体的な記述は、プレプリントサーバーに提出済みの論文：

math/0606125, Limiting absorption principle and absolute continuity of the Laplacian on a manifold having ends with various radial curvatures.

を参照されたい。

(2) 一般の多様体上で、初めて、不確実性補題を証明し、それを明示した。これは、多様体のラプラシアンの離散スペクトルの有限性・無限性を決定する非常にシンプルな判定条件を提供する。上と同様な理由から、定理の具体的な記述は、プレプリントサーバーに提出済みの論文：

Kazuo Akutagawa, Hironori Kumura, arXiv:0812.4663, The uncertainty principle lemma under gravity and the discrete spectrum of Schrödinger operators.

を参照されたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

(1) Hironori Kumura, 無限遠の曲率の振舞いとラプラシアンのスペクトル構造, 数学, 第 59 巻 第 2 号, 2007 年 4 月 春季号. (査読有)

(2) Tae Hattori and A. Kasue, Dirichlet finite harmonic functions and points at infinity of graphs and manifolds, Proc. Japan Acad. 83 Ser. A (2007), 129--134. (査読有)

(3) Akutagawa, Kazuo; Florit, Luis A.; Petean, Jimmy, On Yamabe constants of Riemannian products. Comm. Anal. Geom. 15 (2007), no. 5, 947--969. (査読有)

(4) Akutagawa, Kazuo; Neves, André, 3-manifolds with Yamabe invariant greater than that of \mathbb{R}^3 . J. Differential Geom. 75 (2007), no. 3, 359--386. (査読有)

(5) Akutagawa, Kazuo; Ishida, Masashi; LeBrun, Claude, Perelman's invariant, Ricci flow, and the Yamabe invariants of smooth manifolds. Arch. Math. (Basel) 88 (2007), no. 1, 71--76. (査読有)

(6) A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds and Laplace operators, II, Potential Analysis (2006) 24, 137--194. (査読有)

[学会発表] (計 11 件)

(1) 加須栄篤
2008 年 12 月 22-27 日
Harmonic Functions of finite Dirichlet integrals, The 4th Geometry Conference for the Friendship of China and Japan,
Chern Institute of Mathematics, Nankai University, Tianjin, China.

(2) 芥川一雄
日時: 2008 年 8 月 25 日
第 55 回幾何学シンポジウム (全体講演)
場所: 弘前大学
題名: 山辺不変量: 手術理論と直積多様体に関する話題から

- (3) 久村裕憲
 双曲空間上の微分方程式に対する超局所解析と幾何解析
 場所：京都大学数理解析研究所 1 階 115 号室
 2008 年 8 月 12 日(火) 15:30 - 16:30
 題目：異なる幾何を持つエンド達とラプラシアンの特異値構造(1 回目)
 2008 年 8 月 13 日(水) 11:15 - 12:15
 題目：異なる幾何を持つエンド達とラプラシアンの特異値構造(2 回目)
- (4) 加須栄篤
 Functions of finite Dirichlet sum and compactifications of infinite graphs, The 1st MSJ-SI, Probabilistic Approach to Geometry, Kyoto, July 28-August 8, 2008.
- (5) 久村裕憲
 日本数学会秋季総合分科会
 場所：東北大学
 2007 年 9 月 21 日(金)
 題目：R. Brooks による essential spectrum の bottom に関する 2 つの定理について
- (6) 芥川一雄
 2007 年 9 月 20 日
 国際研究集会「Variational Problems in Geometry」
 場所：仙台国際センター
 題名：Yamabe constants of infinite coverings and a positive mass theorem
- (7) 久村裕憲
 京都大学 多変数関数論・偏微分方程式合同セミナー
 場所：京都大学理学部
 2007 年 6 月 12 日(火)15:30--
 題目：多様体の無限遠の幾何とラプラシアンの特異値構造
- (8) 芥川一雄
 日時：2007 年 3 月 29 日
 2007 年度日本数学会年会（企画特別講演）
 場所：埼玉大学理学部
 題名：山辺不変量---共形幾何の広がり---
- (9) 久村裕憲
 WORKSHOP “Geometric Analysis, Sendai 2007”
 2007 年 1 月 14 日
 Sendai International Center, Meeting

Room 2 (Jan. 13 and 14)
 題名：Radial curvature of ends and spectral structure of the Laplacian.

- (10) 久村裕憲
 日本数学会秋季総合分科会
 2006 年 9 月 20 日(水)
 場所：大阪市立大学
 題名：「様々なエンドを持つ Riemann 多様体上の極限吸収原理とラプラシアンの絶対連続性」
- (11) 久村裕憲
 研究集会「リーマン幾何と幾何解析」
 2006 年 7 月 18 日(火) 14:45 -16:15
 場所：名古屋大学幾何セミナー
 題名：「様々なエンドを持つ多様体上のラプラシアン---極限吸収原理と絶対連続性--」

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
 久村 裕憲 (KUMURA HIRONORI)
 静岡大学・理学部・准教授
 研究者番号：30283336
- (2) 研究分担者
 なし
- (3) 連携研究者
 加須栄 篤 (KASUE ATSUSHI)
 金沢大学・理学部・教授
 研究者番号：40152657
- 芥川 一雄 (AKUTAGAWA KAZUO)
 東京理科大学・理工学部・教授
 研究者番号：80192920

