

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540219

研究課題名 (和文) 幾何学的変分問題の解の特異点に関する不変量と均衡条件

研究課題名 (英文) Invariants and balancing conditions for singularities of solutions of geometric variational problems

研究代表者

加藤 信 (KATO SHIN)

大阪市立大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：10243354

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：大域解析学

キーワード：多様体上の解析

1. 研究計画の概要

特異点 (或いは端) に関連して均衡条件を制御する不変量を用いて、極小曲面並びにスカラー曲率の方程式等の幾何学的変分問題の解の、分離現象を始めとする崩壊について、より掘り下げた分析を行う。

2. 研究の進捗状況

3次元ユークリッド空間内の極小曲面を特異点を持つ写像と考えたとき、特に定義域となるコンパクト・リーマン面の種数が0 (球面) である場合の、特異点 (端) 対のウェイトと、解 (曲面) のふるまい (特に曲面の崩壊) との関係について、本研究以前より行って来た分析をさらに進めた。より具体的に言うと、 n 端懸垂面の非存在条件の、相対ウェイトを用いた分析の精密化を行った。

また、これと並行して、種数1 (トーラス) の場合への一般化も行った。具体的には、種数1の n 端懸垂面 (コスタ曲面の1パラメータ族や種数1のジョージ・ミークス曲面など、重要な既知の例を含むクラスである) について、種数0の場合同様の定式化を行い、これを元に既知の例を再整理すると共に、さらに新しい例、特にシェーンによって与えられた非存在条件を満たすような方向への変形によって曲面が退化する様子を観察し得る族の例を複数構成した。

さらに、関連が非常に強いと考えられる3次元ローレンツ空間内の極大曲面については、上記の一般化にとどまらず、極大曲面の対称性と端以外の特異点集合との関係についても分析し、いくつかの存在定理、非存在定理を得た。特に、その特異点集合上に位置する単純な端に関する制約条件を分析した。

さらにまた、3個の単純な端のみを持つ種数0の極大曲面の分類を完成するとともに、4個の単純な端のみを持つ種数0の極大曲面の一般的存在を示した。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

特に種数1の場合について、楕円関数の円環領域における級数表示を用いて、ホモロジーの生成元上の積分について精確な評価を与え得たことによる。ただ、他の幾何学的変分問題への応用は進んでいないと言わざるを得ない。

4. 今後の研究の推進方策

最終年度は、極小曲面の場合、特に種数1の場合について、重点的に研究を進めると共に、スカラー曲率の方程式等への展開も模索したい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕 (計2件)

- ① Taishi IMAIZUMI, Shin KATO, Flux of simple ends of maximal surfaces in $\mathbb{R}^{2,1}$, Hokkaido Mathematical Journal 37 (2008) 561-610.査読有
- ② Shin KATO, On the weights of end-pairs in n -end catenoids of genus zero II, Kyushu Journal of Mathematics 61 (2007) 275-319.査読有